ENRICO BERNARDI

SISTEMA PRATICO

DI

SEMPLICI ASTE ARTICOLATE CHE RISOLVE IL PROBLEMA

DELLO STERZO CORRETTO PER AUTOMOBILI

VENEZIA
OFFICINE GRAFICHE DI C. FERRARI
1904

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti.
Anno accademico 1903-904 - Tomo LXIII - Parte seconda.

SISTEMA PRATICO
DI
SEMPLICI ASTE ARTICOLATE CHE RISOLVE IL PROBLEMA
DELLO STERZO CORRETTO PER AUTOMOBILI

DEL PROF. ENRICO BERNARDI, M. E.

(Adunanza del 20 marzo 1904)

PREFAZIONE

Il rapido diffondersi degli automobili e l'interesse col quale il pubblico ne segue i progressi, hanno generato nei costruttori e negli studiosi di queste macchine una vera febbre per migliorarle in ogni loro parte e renderle sempre più rispondenti allo scopo cui sono ordinate. E mentre i moderni veicoli coi loro guidatori corrono sfrenatamente per vincere delle male intese gare di velocità, chi li studia e costruisce corre pure sulla via delle invenzioni, e sforza il proprio ingegno per arrivare primo a trovar cose e congegni nuovi che ne perfezionino la compagine e ne aumentino l'importanza economica.

Avviene così che i difficili problemi scientifici e tecnici i quali interessano l'automobilismo, non sempre sono studiati a fondo, importando, sopratutto, di risolverli presto. Ed io pure, che per molto tempo mi sono occupato nè del tutto ho cessato di occuparmi delle nuove macchine, lo confesso, non ho saputo sempre liberarmi completamente da questa fretta nelle ricerche che a quelle macchine si riferivano.

Uno però dei predetti problemi che credo di aver studiato senza risparmio di tempo e con quella calma con la quale deve essere condotta ogni indagine scientifica, è il problema che riguarda la direzione del veicolo, problema la cui importanza è di primo ordine perchè interessa la sicurezza personale di chi viaggia in automobile.

Questo problema, per quanto io mi sappia, non fu mai da altri risolto in modo che essendone rigorosamente esatta la soluzione, questa, per essere realizzata, non domandi che l' impiego di organi meccanici praticamente accettabili, organi che nel caso concreto sono assai pochi e può dirsi anzi si riducano alle sole aste articolate.

Le soluzioni che furono e sono adottate dai costruttori lasciano bensì tranquilli riguardo alla sicurezza delle persone che montano il veicolo, ma sono tutt' altro che esatte, e talora di una approssimazione così grossolana che anche in pratica fanno sentire, e molto sentire, gli inconvenienti derivanti dalla loro teorica inesattezza.

Nel *Congresso internazionale di automobilismo* tenuto a Parigi nel 1900 si è discorso non poco sulla direzione degli automobili. Si è riconosciuto che la maggior parte di essi hanno dei sistemi di direzione che sono teoricamente cattivi, talchè nelle svolte le ruote sfregano più o meno sul suolo. Si è constatato che un sistema pratico e combinato con semplici aste articolate il quale sia *corretto*, ossia tale che nelle svolte non dia luogo a sfregamento alcuno delle ruote sulla strada, non esiste, e che il più semplice fra quelli conosciuti che solamente in via teorica risolvono il problema, comprende *diciotto* di quelle aste. La discussione in argomento fatta a quel Congresso si può poi riassumere in questo, che in mancanza di sistemi pratici i quali risolvano bene il problema teorico, bisogna accontentarsi di quelli che lo risolvono male, rispondendo questi, entro certi limiti e senza inconvenienti gravi allo scopo cui sono ordinati.

Da quell' epoca, per quanto è a mia cognizione e se si voglia eccettuare il meccanismo da me trovato e che forma l' argomento principale del presente lavoro, la questione è rimasta allo stesso stadio, e nella maggior parte degli automobili oggi, come allora, si vede applicato il semplice ma imperfetto sistema di direzione Akerman-Jeantaud.

Importa però ben notare che mentre nel 1900 il Congresso automobilistico di Parigi credeva non esistessero sistemi pratici di semplici aste articolate che risolvessero il problema dello sterzo corretto, la *Società Miari, Giusti e C.*[i] di Padova, concessionaria di quanto io aveva ideato per la costruzione dei moderni veicoli semoventi, fabbricava correntemente e vendeva dei carrozzini ove quel problema era risolto mediante un sistema perfettamente pratico di sole *sette* aste articolate; ed è ancor più notevole il fatto che due di questi carrozzini ottenevano la medaglia d' oro alla *Esposizione internazionale di automobili* di Torino nel 1898, cioè due anni prima di quel Congresso.

Nel relativo brevetto italiano, che porta la data 22 Febbraio 1898, ed in quelli che in seguito vennero conceduti da altri Stati d' Europa e d' America [1], non è esposta la dimostrazione, la quale con certezza matematica prova che il meccanismo soddisfa rigorosamente alla condizione di sterzo corretto; vi è indicata solamente la semplicissima costruzione geometrica con la quale si determinano completamente gli elementi del meccanismo medesimo per un dato veicolo qualunque.

Quella dimostrazione, che non è breve, non poteva essere inserita nella descrizione annessa al brevetto, e per molte ragioni, che qui sarebbe inutile e fuori di posto lo specificare, non ho potuto pubblicarla prima d' ora. Nelle domande di brevetto, dopo la descrizione del meccanismo, era detto però che l' inventore si obbligava di presentare la dimostrazione analitica di quanto è asserito nella descrizione appena gli fosse richiesta; e l'ha richiesta infatti l' *Ufficio dei brevetti di Berlino*.

Il problema la cui soluzione forma lo scopo del presente lavoro riesce anche interessante dal lato scientifico, perchè era la prima volta che alla teoria dei sistemi articolati si domandava la soluzione di un problema il quale, sorto dalle esigenze di una importantissima e vasta industria, si riferiva non alla forma della trajettoria descritta da un punto del sistema, ma alla legge del moto relativo di due delle sue aste.

Devesi avvertire che la possibilità teorica di risolvere il problema risulta senz' altro dimostrata dagli studî del Koenigs sui sistemi articolati in generale. Nel corso della presente Me-

---

(1) Per i numeri e le date dei brevetti esteri vedi a pag. (32).

moria si dimostra però che delle soluzioni teoriche del problema ce ne sono certamente più di una, e forse sono molte o moltissime, e la vera difficoltà consisteva nel trovarne una, che, essendo rigorosa, non solamente fosse realizzabile, ma fosse anche semplice e tale da poter essere francamente adottata in pratica.

Questa soluzione io l' ho trovata, e nelle ultime pagine di questo mio lavoro sono esposte le ragioni per le quali, con la massima probabilità, essa deve essere la più semplice di quante soluzioni esatte e pratiche del problema si possono trovare con l'impiego di sole aste articolate.

Padova 18 Febbraio 1904.

E. Bernardi.

PARTE I.

Considerazioni sul rotolamento di un sistema di ruote circolari sopra un piano

1. La via che percorre una ruota rotolando sopra un piano è il luogo dei punti del piano coi quali la ruota va successivamente a contatto. Questo luogo lo diremo *trajettoria della ruota* e quel piano lo chiameremo *piano di rotolamento*.

Perchè una ruota rotoli senza sfregare sopra un piano, è mestieri che nel punto di contatto fra ruota e piano, la tangente alla ruota ed alla sua trajettoria coincidino sempre; è necessario, cioè, che ad ogni istante la ruota rotoli sulla propria tangente. Se ciò non fosse lo spostamento del punto della ruota a contatto col piauo potrebbe, in questo stesso piano, essere decomposto in due; l'uno, secondo la tangente alla ruota; l'altro, perpendicolare alla tangente medesima, ed è chiaro che quest' ultimo darebbe luogo ad un vero sfregamento di quel punto sul piano.

Supposta la ruota di forma circolare, la projezione ortogonale del suo asse geometrico sul piano di rotolamento, passa per il punto ove ruota e piano si toccano, e riesce perpendicolare alla tangente alla ruota in quel punto. Per tal modo la sopradetta condizione può esprimersi anche così: perchè non vi sia sfregamento fra ruota e piano, è necessario che la projezione dell'asse di quella su questo coincida sempre con la normale alla trajettoria della ruota.

In generale mentre una ruota rotola, gira anche, insieme al proprio asse, intorno ad una perpendicolare al piano di rotolamento. Essendo C il piede di questa perpendicolare diremo che nel suo movimento la ruota *volge* intorno al punto C, e chiameremo questo punto *centro di svolta* della ruota.

Questo centro può variare di posizione da ìstante ad istante, e in tal caso sarebbe il centro d'istantanea rotazione della proiezione dell'asse della ruota sul piano di rotolamento, ossia anche il centro del circolo osculatore alla trajettoria della ruota nel punto ove questa tocca il piano. Dopo ciò riuscirà chiaro che la sopraenunciata condizione può definitivamente esprimersi nel modo seguente:

Perchè una ruota di forma circolare rotoli senza sfregare sopra un piano, il suo centro di svolta deve trovarsi ad ogni istante sulla projezione del suo asse su quel piano.

2. Per *sistema rotolante* intenderemo l'insieme di una o più ruote circolari che hanno gli assi collegati ad uno stesso telaio rigido, e che possono rotolare sopra un piano restando tutte e sempre a contatto col piano medesimo. Nei sistemi rotolanti dei quali ora e in seguito andremo discorrendo, intenderemo che ciascuna ruota possa avere diametro qualunque; supporremo però sempre che ognuna sia folle sul proprio asse e possa quindi girare nel proprio piano liberamente ed indipendentemente dalle altre. Il centro di svolta di uno di questi sistemi è centro di svolta comune a tutte le sue ruote.

Ciò premesso saranno chiare le seguenti conseguenze della verità enunciata alla fine del n. precedente:

a) In un sistema formato con una sola ruota, questa può seguire una trajettoria qualsiasi rotolando senza sfregare sopra un piano.

b) Un sistema con due ruote può rotolare senza sfregare sopra un piano. In tal caso però le trajettorie delle ruote sono, in generale, perfettamente determinate; sono circoli aventi per centro comune il punto ove si tagliano le projezioni sul piano di rotolamento degli assi geometrici delle ruote. Se questi assi fossero vincolati a restare in piani fra loro paralleli e normali a quello di rotolamento, le loro projezioni sarebbero parallele. Le trajettorie delle ruote sarebbero allora rette perpendicolari a quelle projezioni; il sistema procederebbe diritto, nè potrebbe volgere da una parte o dall'altra senza dar luogo ad uno sfregamento o dell'una o dell' altra o di amendue le ruote sul piano di rotolamento. Qualora gli assi delle ruote giacessero in un medesimo piano normale a quello di rotolamento, le loro projezioni coinciderebbero, il sistema potrebbe volgere intorno ad un punto qualunque della comune projezione di quegli assi e le trajettorie delle ruote sarebbero perciò indeterminate. Queste trajettorie sarebbero però parallele, e mentre una delle ruote potrebbe seguire una data via qualsiasi come fosse sola, l'altra sarebbe costretta a percorrerne una parallela.

c) Un sistema di tre o più ruote non può, in generale, rotolare sopra un piano senza che una o più ruote sfreghino su di esso. Il centro di svolta del sistema infatti non potendo essere che uno solo, il moto non può avvenire senza sfregamento che nel solo caso in cui le projezioni sul piano di rotolamento degli assi geometrici di tutte le ruote s'incontrino in un unico punto. In questo caso le trajettorie delle ruote sarebbero perfettamente determinate, sarebbero circoli aventi il centro comune nel predetto punto.

Se poi quelle projezioni fossero parallele, il sistema procederebbe dritto; e se tutti gli assi delle ruote si trovassero in un medesimo piano normale a quello di rotolamento, le trajettorie delle ruote sarebbero indeterminate, ma parallele.

Sterzo dei veicoli ordinarî e condizione di sterzo corretto.

3. Gli ordinarî veicoli che servono per il trasporto di persone o cose sulle strade carrettiere sono costituiti da una o più ruote circolari che rotolano sopra un piano girando folli su assi collegati ad un telajo rigido. Possiamo dunque applicare ad essi quanto abbiamo detto in generale sui sistemi rotolanti.

Perchè corrispondano allo scopo per il quale sono ordinati, è necessario che i predetti veicoli possano volgere a destra od a sinistra a volontà del conduttore, e, in generale, che una loro ruota possa seguire una trajettoria qualunque con la maggior facilità e dolcezza di movimento, e quindi, possibilmente, senza dar luogo a sfregamenti di sorta delle ruote sulla strada.

Veicoli con una sola ruota se ne usa comunemente uno solo, la *carriuola*. La sua ruota può percorrere una trajettoria qualsiasi senza sfregare sul terreno, e così obbedisce con la massima docilità a chi la conduce.

Nel carro ordinario a due ruote gli assi di queste giaciono in uno stesso piano normale a quello di rotolamento; questo carro è dunque un sistema rotolante a trajettorie indeterminate, e nelle sue evoluzioni può obbedire dolcemente a chi lo conduce senza ricorrere a particolari disposizioni per evitare lo sfregamento delle sue ruote sulla strada. Appunto perchè si tratta di un sistema a trajettorie indeterminate, la direzione del suo movimento non può essere determinata che da quella di un corpo esterno al quale sia opportunamente collegato. Per questo i carri ordinarî a due ruote si usano esclusivamente per essere rimorchiati, nè possono impiegarsi come veicoli semoventi senza ricorrere a speciali artifici per dirigerli. Nulla diremo di tali artifici perchè derivano da un ordine d'idee affatto diverso da quello che seguiamo nel presente studio, e perchè, in ogni modo, rendono la direzione del veicolo assai incerta e pericolosa.

Eccettuati la carriuola ed il carro di cui abbiamo or ora parlato, tutti gli altri veicoli in uso sulle strade ordinarie hanno più di due ruote, e sono sistemi rotolanti a trajettorie determinate; devono perciò essere provveduti di un particolare meccanismo che permetta di mutare a piacimento la posizione del loro centro di svolta, e per tal modo di far seguire ad una loro ruota una qualsiasi trajettoria per condurli ove meglio si creda.

Questo meccanismo nel suo insieme si chiama *sterzo*, e tutti i veicoli comuni, fatta eccezione per la carriuola e per il carro a due ruote, ne sono provveduti. Esso si realizza rendendo volubili rispetto al telajo del veicolo gli assi o fusi di una o più ruote intorno a rette non parallele agli assi medesimi. Queste rette ordinariamente sono perpendicolari al piano di rotolamento e si chiamano *assi di sterzo*; dicesi poi che una ruota od un sistema di ruote *sterza*, quando gira attorno ad un asse di sterzo.

Qualora uno sterzo sia così combinato che ciascuna ruota nella marcia dritta e nelle svolte del veicolo rotoli senza sfregare sul suolo, diremo che è *corretto*, e per tal modo e dopo quanto abbiamo discorso sui sistemi rotolanti, la condizione di sterzo corretto per qualsiasi veicolo potrà essere enunciata nel modo seguente:

Perchè uno sterzo sia corretto è necessario che in marcia diritta e nelle svolte del veicolo, le projezioni sul piano di rotolamento degli assi geometrici di tutte le ruote concorrano sempre in un medesimo punto.

4. La bicicletta è un sistema rotolante a trajettorie determinate, e ciò perchè gli assi delle sue ruote non giaciono in uno stesso piano normale a quello di rotolamento; deve essere quindi provveduta di uno sterzo; la ruota anteriore infatti può volgere a volontà del ciclista intorno ad un asse perpendicolare al fuso della ruota stessa e, ordinariamente, obbliquo al piano di rotolamento. Lo sterzo della bicicletta è certamente corretto, poichè le ruote sono due sole e non vi può essere quindi che un solo punto d'incontro delle projezioni dei loro assi.

Il triciclo ordinario è pure un sisstema a trajettorie determinate; lo formano due ruote posteriori i cui assi sono in uno stesso piano normale a quello di rotolamento e sono fissati al telajo dal veicolo, e di una ruota anteriore la quale può sterzare a volontà del guidatore. Anche qui lo sterzo è corretto perchè sul piano di rotolamento non si hanno che due sole projezioni distinte degli assi delle tre ruote. È chiaro poi che lo sterzo resta corretto se sia fissato al telajo del veicolo l'asse della ruota isolata, e si faccia sterzare invece il sistema formato dalle due altre ruote e dai loro fusi rigidamente collegati. Alcuni tricicli ordinati per il trasposto di merci leggere e mossi da una persona che li monta, sono disposti appunto nel modo ora detto; in questi la ruota isolata è la posteriore, e sono anteriori e direttrici le altre due.

I comuni veicoli a quattro ruote nelle loro svariate forme, si compongono sempre di due coppie di ruote gli assi delle quali a due a due hanno la medesima proiezione sul piano di rotolamento; i due posteriori sono fissati al telajo del veicolo, ed i due anteriori sono rigidamente congiunti ad un secondo telajo, più piccolo e girevole intorno ad un asse di sterzo perpendicolare al piano della strada. In questi veicoli lo sterzo è ancora corretto, perchè le proiezioni distinte sul piano di rotolamento degli assi delle quattro ruote sono due sole.

Sterzo degli automobili.

5. Tutti i veicoli a trajettorie determinate e quindi provvedute di uno sterzo, possono ricevere il movimento da un motore su di essi collocato. In tal caso una persona posta sul veicolo può, mediante opportuno meccanismo, muovere lo sterzo, variare così la posizione del centro di svolta del sistema e dirigere quindi il veicolo come le circostanze esigono.

Per gli automobili, ossia per i cicli, carri e carrozze mossi da un motore inanimato posto sul veicolo stesso, lo sterzo ed il meccanismo ordinato per manovrarlo hanno una peculiare importanza per la sicurezza personale di chi viaggia con tali macchine, hanno una importanza fors'anche maggiore del timone e relativo meccanismo di manovra delle navi, e devono perciò essere combinati e costruiti in modo da renderli perfettamente pratici ed assolutamente sicuri.

L'asse di sterzo nei carri e carrozze ordinarî a quattro ruote trovasi a considerevole distanza da ciascuna delle ruote direttrici; precisamente a metà di quella che corre fra i loro centri. Consegue da ciò che lo sterzo di tali veicoli applicato agli automobili, il peso dei quali è, in generale, tutto altro che piccolo, esige uno sforzo assai grande per manovrarlo, e che la reazione ad una accidentale e maggiore resistenza offerta dalla strada al procedere di una sola delle ruote direttrici, si fa fortemente sentire sulla mano e sul braccio di chi impugna il manubrio di direzione, e il guidare l'automobile riesce per tal modo assai faticoso.

Un altro inconveniente deriva dal fatto che se nel procedere diritto è bene assicurata la stabilità del veicolo per essere un rettangolo il suo poligono d' appoggio, nelle svolte invece tale poligono diventa un quadrilatero che si restringe col diminuire del raggio di svolta fino a ridursi anche ad un triangolo, e per tal modo la stabilità del veicolo nelle svolte riesce di molto diminuita, e diminuita appunto allora che importerebbe fosse la più grande.

6. Già da tempi oramai lontani un carrozziere di Monaco, certo Lankensperger, inventò per i veicoli a quattro ruote uno sterzo a due assi che, perfezionato in seguito, venne e viene generalmente adottato per gli automobili. Con questa invenzione, importata in Francia dall' inglese J. Akerman con brevetto 27 Gennaio 1818 (1), a ciascuna ruota anteriore vien dato un proprio asse di sterzo perpendicolare al piano di rotolamento, concorrente e rigidamente congiunto col fuso della ruota ed a questa assai

---

(1) *Revue industrielle*; 15 Aprile 1899 — Quantunque il sistema sia stato ideato dal *Lankensperger*, è generalmente conosciuto col nome dell'*Akerman*.

vicino. Per tal guisa si hanno due assi di sterzo i quali si collocano poi sempre ad eguale distanza dal piano longitudinale mediano del veicolo e dall'asse delle ruote posteriori.

È facile riconoscere che disponendo le cose nel modo ora detto e provvedendo con speciale meccanismo perchè lo sterzare dell'una ruota direttrice sia opportunamente collegato con lo sterzare dell'altra, riesce di molto diminuita la importanza dei difetti di sopra notati dello sterzo ordinario; il secondo anzi viene tolto completamente, giacchè il poligono d'appoggio del veicolo rimane un quadrilatero di forma assai prossima a quella del rettangolo anche nelle svolte più strette.

È necessario, o per lo meno di tutta convenienza, che nel sistema predetto il meccanismo che collega cinematicamente i due assi di sterzo sia così combinato da soddisfare alla condizione di sterzo corretto. In caso diverso nelle svolte del veicolo una o più ruote sfregano sul suolo, i loro cerchioni si consumano più rapidamente ed il corrispondente lavoro d' attrito riesce così doppiamente passivo. Devesi notare inoltre che la reazione del suolo sulla ruota, reazione che insorge per lo sfregamento di questa su quello, è una forza normale al piano della ruota medesima, una forza, cioè, che tende di farla uscire da quel piano e può quindi compromettere la resistenza dei suoi raggi, del suo fuso e del telajo stesso del veicolo a cui questo fuso è congiunto.

Il predetto meccanismo è però tutto altro che facile da combinare, qualora, oltre della condizione di sterzo corretto a cui deve soddisfare, si tenga conto delle esigenze di solidità, durata e sicurezza di funzionamento alle quali deve rispondere nella sua pratica applicazione, esigenze queste sulle quali certamente non è permesso transigere, perchè interessano la sicurezza personale di chi viaggia sul veicolo.

Se si pensa poi agli urti i scuotimemti d' ogni maniera, talora intensi, ma sopratutto ripetuti ad ogni istante, ai quali vanno soggetti gli automobili, ed alla circostanza che il meccanismo ordinato per la loro direzione è uno dei più esposti alla polvere della strada, si comprenderà che la scelta degli organi meccanici da impiegarsi per collegarne cinematicamente gli assi di sterzo resta di molto limitata. I contorni dentati, per esempio, gli eccentrici, i bocciuoli, le guide rettilinee o curvilinee con le slitte o coi rulli relativi, devono escludersi, e per tal modo può dirsi che gli organi i quali si prestano bene allo scopo si riducono alle sole aste articolate, le quali hanno poi il vantaggio di non offrire difficoltà alcuna nella loro materiale costruzione.

E quanto abbiamo ora detto è confermato dal fatto che le poche soluzioni fino ad oggi proposte del problema di un meccanismo di direzione per gli automobili che soddisfi rigorosamente alla condizione di sterzo corretto non furono accettate dai costruttori. Gli organi meccanici infatti a cui si è ricorso per risolvere quel problema non sono tali, per loro natura, da corrispondere alle esigenze di sopra accennate, da schivare certe difficoltà di costruzione e di aggiustatura dalle quali i pratici, appena possono, rifuggono sempre, e da evitare che l'azione corrodente della polvere dia luogo alla rapida formazione di considerevoli giochi fra gli organi stessi, giochi che generando dei sensibili movimenti disordinati delle ruote direttrici, rendono brutto, incomodo e talora malsicuro l'andamento del veicolo.

7. Gli odierni automobili a quattro ruote hanno tutti due assi di sterzo. I meccanismi adottati per collegare i movimenti dell'una e dell'altra ruota direttrice intorno a quegli assi, sono sistemi di semplici aste articolate, i quali soddisfano solamente tra certi limiti ed in via di grossa approssimazione alla condizione di sterzo corretto. Per tal modo si sacrifica la correttezza dello sterzo alle altre esigenze pratiche di cui abbiamo precedentemente parlato.

Il più semplice di questi sistemi, che anche oggi giorno è largamente applicato, è quello di Akerman costruito con la regola empirica suggerita per la prima volta dal francese Jeantaud nel 1878 ; eccone la descrizione: Sieno, in proiezione sul piano di rotolamento che supporremo orizzontale, R e T (fig. 1) le ruote posteriori del veicolo folli sull'asse R T; S e D le ruote anteriori direttrici girevoli sui rispettivi fusi A S e B D, ed A e B i loro assi verticali di sterzo. La A B rappresenta una sbarra parallela ad R T la quale fa parte del telaio del veicolo, e le A E e B C rappresentano due braccia di eguale lunghezza rispettivamente congiunte in modo rigido coi fusi A S e B D. La ruota S, il fuso A S ed il braccio A E; la ruota D, il fuso B D ed il braccio B C, formano due sistemi che indipendentemente l'uno dall' altro possono volgere intorno ai rispettivi assi di sterzo A e B. Salvo qualche caso eccezionale, tale disposizione di cose è comune in tutti gli odierni automobili, ed i meccanismi di sterzo in uso differiscono per il modo col quale sono cinematicamente collegate le braccia A E e B C. Nella disposizione Akerman-Jeantaud le riunisce una semplice asta rigida E C articolata alle loro estremità, e gli angoli eguali ed invariabili $\widehat{EAS}$ e $\widehat{CBD}$ da esse formati coi rispettivi fusi A S e B D si determinano ponendo le ruote direttrici in posizione di marcia diritta, e mettendo allora le predette braccia nelle direzioni dei lati eguali del triangolo isoscele A M B che ha la base A B ed il vertice in M sull' asse delle ruote posteriori.

Per un angolo di strerzo $\widehat{DBP}$ di 35° il sistema Akerman-Jeantaud è già ritenuto cattivo, ed oltre questo angolo gli inconvenienti derivanti dalla scorrettezza dello sterzo riescono molto, troppo sensibili. Per angoli decrescenti sotto i 35° tali inconvenienti sussistono sempre, ma sono di una importanza sempre minore.

Il sistema predescritto riesce un po' migliore se si dispongono le braccia A E e B C sul prolungamento di M A ed M B in modo da formare col tirante E C e la sbarra A B un quadrilatero esterno agli assi del veicolo (disposizione Panhard-Levassor).

I meccanismi formati con semplici aste articolate di Jenatzy, Bollée e specialmente quello di Lavenir, danno risultati certamente migliori di quello di Akerman-Jeantaud, e sono anche adottati da qualche costruttore; nessuno però soddisfa rigorosamente alla condizione di sterzo corretto.

Non ci fermeremo a discorrere di questi meccanismi, giacchè un serio ed ordinato studio di essi, ed in generale di quanti altri sistemi non soddisfano che in via di approssimazione alla predetta condizione, riescirebbe nè facile nè breve. Per poter ben giudicare l' importanza pratica di tali sistemi, importa infatti conoscere per ognuno di essi quale o quali ruote sfregano e quanto sfregano sul suolo per i diversi angoli di sterzo, e per raggiungere tale conoscenza si dovrebbe da prima studiare in qual modo si possa determinare in generale il centro di svolta di un veicolo quando le projezioni degli assi delle sue ruote sul piano di rotolamento non s'incontrano in un unico punto. Questo studio sarebbe certamente lungo, e troppo ci allontanerebbe dallo scopo che ci siamo proposti, quello, cioè, di ricercare un sistema pratico e composto di semplici aste articolate, il quale, collegando cinematicamente i due assi di sterzo di un automobile, soddisfi rigorosamente alla condizione di sterzo corretto.

Prima però d'iniziare tale ricerca dobbiamo fermarci alquanto a parlare del meccanismo ideato dal professore Carlo Bourlet (1), meccanismo che se non è combinato con semplici aste articolate, costituisce però la più semplice, pratica ed elegante delle soluzioni esatte del problema fino ad ora proposte, e conferma ed accresce la fama che il Bourlet ha saputo acquistarsi con altri pregevoli studi nel campo della meccanica generale ed applicata.

8. Questo meccanismo si fonda sulla seguente proposizione: Se $A M_1 B$ (fig. 2) è un triangolo isoscele, $R_1 T_1$ la parallela alla sua base $A B$ che passa per il suo vertice M_1, ed $A V$ e $B Z$ due rette sdraiate su $A B$ e rispettivamente collegate alle $A M_1$ e $B M_1$ sotto gli angoli costanti $\widehat{M_1 A V}$ ed $\widehat{M_1 B Z}$, mentre restando fissi i centri A e B il punto d'incontro delle $A M_1$ e $B M_1$ percorre la $R_1 T_1$, le $A V$ e $B Z$ si tagliano sempre sulla $R T$ simmetrica alla $R_1 T_1$ rispetto ad $A B$ (2).

Sieno, in projezione sul piano di rotolamento, $S A$ e $B D$ (fig. 3) i fusi delle ruote direttrici del veicolo; A e B gli assi di sterzo, i quali si suppongono perpendicolari a quel piano; $R T$ l'asse delle ruote posteriori parallelo ad $A B$. Dal punto di mezzo Q della $A B$ conduciamo a questa la perpendicolare che taglierà in M la $R T$; sul prolungamento di $M Q$ prendiamo $Q M_1$

(1) C. Bourlet — *La direction par assieu brisé*, monografia inserita nel periodico *La locomotion automobile* — 1899.

È da notare che contemporaneamente al Bourlet l'inglese signor Davis imaginava un meccanismo fondato sugli stessi principî teorici, e di costruzione affatto analoga, e ciò è detto nella precitata monografia.

(2) La dimostrazione data dal Bourlet (l. c.) di questa proposizione non può dirsi completa; la proposizione però è perfettamente vera e conseguenza di un'altra che vale nel caso più generale in cui il triangolo $A M_1 B$ non fosse isoscele.

eguale a M Q, e per M_1 conduciamo $R_1 T_1$ parallela ad A B; per tal modo $R_1 T_1$ ed R T saranno simmetriche rispetto ad A B. Condotte le A M_1 e B M_1 e disposti i fusi S A e B D in direzione parallela ad R T (marcia diritta del veicolo), supponiamo che le braccia A E e B C sieno rispettivamente e rigidamente fissate a questi fusi nelle direzioni A M_1 e B M_1. Gli angoli $\widehat{M_1AS}$ e $\widehat{M_1BD}$ allora saranno invariabili, ed il triangolo A M_1 B essendo isoscele, sarà vero, per la proposizione di sopra enunciata, che qualora esista fra le braccia A E e B C un legame tale che per qualsiasi posizione del sistema gli assi geometrici delle braccia medesime si taglino sulla $R_1 T_1$, le S A e B D si taglieranno sempre sulla R T, e per tal modo le projezioni sul piano di rotolamento degli assi di tutte le ruote s' incontreranno costantemente in un unico punto. Sapendo dunque combinare il legame sopradetto si otterrebbe uno sterzo rigorosamente corretto per qualunque svolta del veicolo.

E tale legame il Bourlet l' ha infatti imaginato semplice ed ingegnoso nel modo schematicamente indicato nella fig. 3. Le braccia A E e B C si sdoppiano formando le feritoje rettilinee E *e* e C *c*. In queste possono scorrere i rulli E e C, gli assi dei quali sono fissati ad un' asta rigida E C. Due guide *i* ed *n* solidarie col telaio del veicolo, permettono all' asta medesima di scorrere sulla propria direzione parallela alla A B ad una distanza costante Q *r* dalla A B stessa. Per tal modo i triangoli A M_1 B ed E M_1 C restano simili per qualsiasi posizione del sistema; e poichè A B, E C e Q *r* sono costanti, resterà pure costante Q M_1 e quindi in tutti i movimenti possibili del meccanismo l'intersezione M_1 degli assi geometrici delle braccia A E e B C si manterrà sulla $R_1 T_1$ parallela alla A B.

Non so se l' ingegno ora descritto sia stato mai adottato da qualche costruttore di automobili; vi è ragione però di credere che in pratica i frequenti movimenti alternati dallo sterzo ed i frequentissimi sbattimenti a cui va soggetto, combinati con la inevitabile presenza della polvere di strada, darebbero luogo ad un rapido consumo delle guide *i* ed *n* e specialmente dei rulli e loro assi E e C. Si manifesterebbero così ben presto quei giochi a cui abbiamo fatto cenno al n. 6, giochi che nel meccanismo di direzione sono tanto incomodi e talora tanto temibili per il regolare e sicuro andamento del veicolo. Aggiungasi che applicando un sistema a sterzo corretto, si dovrebbero disporre le cose in modo da permettere al veicolo delle svolte alquanto strette, e allora per non fare eccessivamente lunghe le feritoie E e e C c, si dodovrebbe tenere assai piccola la distanza fra A B ed E C, rendendo così molto più accentuati e perniciosi gli effetti dei giochi in E, in C, in i ed in n.

9. Il meccanismo del Bourlet oltre le articolazioni A e B. ha quattro guide rettilinee a scorrimento: non si compone perciò di sole aste articolate. E qui si presenta la domanda: è poi possibile teoricamente uno sterzo corretto combinato con semplici aste articolate? Già fin d'ora possiamo rispondere affermativamente.

Se infatti prendiamo a considerare la disposizione ideata dal Bourlet precedentemente descritta, è chiaro che per guidare E su A M_1, C su B M_1 e due punti dell'asta E C sopra una retta fissa parallela ad ad A B, si possono impiegare, invece delle quattro guide a scorrimento, quattro sistemi articolati per la linea retta, quali sono i sistemi di Peaucellier, di Hart o di Kempe. Si avrebbe per tal modo un meccanismo certamente realizzabile composto di sole aste articolate, ma complicatissimo e praticamente inaccettabile (1).

Si potrebbe anche, come l'ha suggerito il professore G. Koenigs (2), combinare tre dei detti sistemi nei quali il punto che descrive la linea retta fosse comune. L'uno sarebbe impostato sul telaio del veicolo e guiderebbe il detto punto sulla retta R_1 T_1; gli altri due sarebbero impostati sulle braccia A E e B C, si muoverebbero quindi con esse, e, disposti opportunemente, guiderebbero il punto medesimo lungo le A M_1 e B M_1. Con questa disposizione si diminuirebbe, è vero, di un quarto il numero complessivo delle aste, ma ciò nonostante quel numero

(1) Considerando come asta la congiungente dei due centri fissi, il sistema di Peaucellier comprende *otto* e quello di Hart *sei* aste articolate. Col primo si avrebbero dunque complessivamente 32, e col secondo 24 aste.

(2) C. Bourlet, l. c.

non cesserebbe di essere praticamente eccessivo; aggiungasi che i tre predetti sistemi occuperebbero uno spazio, che, relativamente alle dimensioni del veicolo, sarebbe a dirittura enorme.

Per guidare i punti che nei due meccanismi precedentemente considerati devono descrivere delle linee rette, si può immaginare sostituita a ciascun sistema di Peaucellier o di Hart o di Kempe una sola asta, articolata a distanza infinita sulla perpendicolare alla retta lungo la quale deve essere guidato il punto. Si avrebbero per tal modo due nuove combinazioni di cose che quantunque irrealizzabili, sarebbero però, teoricamente parlando, due altre soluzioni del problema.

Del resto il prof. Koenigs generalizzando abilmente gli studî del Kempe sui sistemi articolati, ha dimostrato che se i vincoli imposti al movimento relativo di due corpi sono algebrici, ossia possono tradursi in relazioni algebriche fra le linee o le linee trigonometriche degli angoli di figure gemetriche, tale movimento può sempre realizzarsi mediante un sistema articolato (1). Nel nostro caso particolare i due corpi sarebbero i fusi delle ruote direttrici, i quali sono vincolati a muoversi di moto rotatorio intorno a dati assi fra loro paralleli (assi di sterzo), e ciò, evidentemente, costituisce un vincolo di natura algebrica. Il moto inoltre di questi fusi deve essere tale da soddisfare alla condizione di sterzo corretto, e tale vincolo, come si vedrà in seguito (v. n. 11), si può esprimere mediante una semplicissima relazione algebrica.

Per tal guisa la possibilità teorica di un meccanismo composto di sole aste articolate che soddisfi alla condizione di sterzo corretto resta dimostrata in tutta generalità; e dopo quanto abbiamo veduto precedentemente si può aggiungere, che di tali meccanismi ce ne sono certamente più di uno, probabilmente molti e forse moltissimi; per cui la ricerca che resta a fare, e che è la più importante per le applicazioni, è quella che mira, fra i detti meccanismi teoricamente possibili, di trovarne uno semplice, pratico e tale da poter essere francamente adottato dai costruttori di automobili. È appunto a questa ricerca che ora ci dedicheremo.

---

(1) G. Koenigs — *Leçons de Cinématique* — Paris, 1897.

PARTE II.

Soluzione del problema

10. Consideriamo un veicolo a quattro ruote e a due assi di sterzo, quale viene comunemente adottato per farne un automobile, e conveniamo che nominando semplicemente e senza nulla aggiungere un punto, una retta o una parte qualsiasi del veicolo, punto, retta o parte di esso debbano intendersi sempre in projezione ortogonale sul piano di rotolamento.

In generale si usa porre gli assi di sterzo A e B (fig. 4) nel piano dei fusi delle rispettive ruote direttrici, in direzione perpendicolare al piano di rotolamento e ad eguale distanza dall' asse R T delle altre due ruote; si usa ancora di far servire come direttrici le ruote anterieri del veicolo.

Noi supporremo sempre che le cose sieno disposte nel modo ora detto; solo avvertiamo qui, una volta per tutte, che quanto andremo argomentando si applica perfettamente anche al caso in cui le due ruote posteriori fossero sostituite da una ruota sola, al caso, cioè, di un triciclo a due assi di sterzo quale venne adottato dal signor Leone Bollée e da altri per carrozzini semoventi a 2 persone.

11. Qualora i fusi delle ruote direttrici si trovino in S A e B D in direzione parallela ad R T (fig. 4), il veicolo procede dritto; qualora invece per effetto dello sterzo girino in modo opportuno rispetto ad A B, il veicolo fa delle svolte più o meno strette, a destra od a sinistra. Perchè poi lo sterzo sia corretto dovrà soddisfare alla condizione che gli assi gometrici di quei fusi in ogni loro posizione da esso determinata si taglino sempre in un punto P dell' asse geometrico R T delle ruote posteriori.

Supponiamo ora che i detti fusi ruotando nel verso delle lancette di un orologio passino in S_1 A e B D_1, e in questo memedesimo verso conveniamo di prendere positivi gli angoli φ e φ_1

di cui girano quei fusi partendo dalle rispettive posizioni S A e B D corrispondenti alla marcia dritta del veicolo. Dalla figura si ha:

$$A\,H - B\,H = A\,B$$

ossia:

$$P\,H \,.\, \cot.\, \varphi - P\,H \,.\, \cot.\, \varphi_1 = A\,B$$

$$\cot.\, \varphi - \cot.\, \varphi_1 = \frac{A\,B}{P\,H}\ .$$

Indichiamo con h la distanza A B fra gli assi di sterzo e con m quella di A B dall' asse R T delle ruote posteriori. Queste due distanze sono costanti particolari del veicolo, ed è chiaro che se nella precedente equazione si scriva $P\,H = m =$ cost. e quindi:

(1) $$\cot.\, \varphi - \cot.\, \varphi_1 = \frac{h}{m} = \text{cost.}$$

questa equazione traduce in linguaggio algebrico la condizione di sterzo corretto di sopra ricordata.

Alla equazione (1) si può dare un' altra forma, quella che adotteremo in seguito. Si divida per metà A B in Q; si conduca da Q la perpendicolare ad A B, ed il punto M ove questa perpendicolare sega l' asse R T lo si congiunga con B. Chiamando allora α_0 l' angolo $\widehat{A\,B\,M}$ sarà:

(2) $$\frac{Q\,B}{Q\,M} = \frac{\frac{h}{2}}{m} = \cot.\, \alpha_0 \quad ,$$

con che la (1) diventa:

(3) $$\cot.\, \varphi - \cot.\, \varphi_1 = 2 \cot.\, \alpha_0 \quad .$$

Sotto questa forma la condizione di sterzo corretto contiene una sola costante caratteristica del veicolo, la α_0; questa costante o si calcolerà mediante la (2), o si costruirà nel modo precedentemente indicato. È poi chiaro che ogni suo valore praticamente possibile sarà compreso fra 0° e 90°, perchè ad $\alpha_0 = 0$ ed $\alpha_0 = 90^\circ$ corrisponde rispettivamente $m = o$ ed $m = \infty$, e la lunghezza d'un veicolo non può essere compreso che fra zero ed infinito.

12. I fusi S A e B D delle ruote direttrici possono riguardarsi in generale come corpi girevoli intorno ad assi paralleli, perchè tali si suppongono gli assi di sterzo A e B; perciò il problema che ci proponiamo di risolvere può porsi così: con sole aste articolate collegare cinematicamente due corpi volubili intorno a dati assi fra loro paralleli in modo che, partendo da una particolare posizione del sistema, gli angoli φ e φ_1 di cui contemporaneamente girano quei corpi soddisfino alla equazione (3).

Ora mediante un parallelogramma articolato, notissimo meccanismo composto di semplici aste articolate, si può sempre trasmettere il movimento fra due corpi girevoli intorno ad assi paralleli in guisa, che se l' uno ruota di un dato angolo, l' altro giri nello stesso tempo e nel medesimo verso dello stesso angolo. Nel ricercare allora la soluzione del prefato problema possiamo ritenerci liberi da ogni vincolo derivante dalla data posizione dei due assi A e B; ci basterà in generale trovare un sistema articolato piano nel quale a partire da una sua determinata forma, che diremo *originaria*, gli angoli φ e φ_1 descritti contemporaneamente da due delle sue manovelle β e β_1, soddisfino rigorosamente alla equazione (3). Trovato infatti questo sistema non resterà che porlo in un piano perpendicolare agli assi di sterzo A e B, ossia parallelo a quello di rotolamento, e rigidamente o mediante parallelogrammi articolati collegare i fusi delle ruote direttrici con le manovelle β e β_1, avendo riguardo che alla forma originaria del sistema corrisponda la marcia diritta del veicolo.

Preso il problema sotto questo punto di vista, ne riesce certamente meno difficile la soluzione. È lecito anzi pensare che se non è stato risolto da altri, ciò possa aver dipeso dalla circostanza che si volle sempre considerare e conservare le due manovelle A E e B C (fig. 1) girevoli con gli assi di sterzo del veicolo, la distanza dei quali è data, come organi integranti del meccanismo al quale è veramente dovuta la cercata trasformazione del moto fra quegli assi.

Nel sistema infatti che ora passeremo a studiare e che con la opportuna scelta della lunghezza e disposizione delle sue aste risolve, come vedremo, in modo completo il problema, le due manovelle β e β_1, le quali girano con la legge imposta dalla condizione di sterzo corretto, hanno i loro assi di rotazione coincidenti, cioè a distanza nulla.

13. Consideriamo un quadrilatero articolato romboide $O\,A_0\,P_0\,B_0\,O$ (fig. 5), ossia un quadrilatero nel quale sono eguali fra loro le manovelle $O\,A_0$ ed $O\,B_0$, ed eguali pure fra loro le bielle P_0A_0 e P_0B_0. Il centro di rotazione comune a quelle due manovelle si suppone fisso nel piano del quadrilatero.

Poniamo per brevità:

$$O\,A_0 = O\,B_0 = r \quad ; \quad P_0\,A_0 = P_0\,B_0 = l \quad ; \text{ang. } \widehat{A_0\,O\,B_0} = \alpha \quad ,$$

e la forma $O\,A_0\,P_0\,B_0\,O$ del romboide determinato dai tre parametri r, l ed α, consideriamola come forma originaria, liberi poi di scegliere le grandezze di tali parametri come meglio potrà convenirci.

Si supponga che le sopradette manovelle dalle loro posizioni originarie $O\,A_0$ ed $O\,B_0$, passino in $O\,A$ ed $O\,B$ girando rispettivamente degli angoli φ e φ_1 nel verso delle lancette di un orologio. Con ciò il punto P_0 passerà in P, e questa sua posizione nel piano del meccanismo sarà pienamente determinata dai valori di φ e φ_1. Si suppongano variabili questi angoli ma sempre tali che a due a due soddisfino alla equazione (3).

Il punto P allora andrà cambiando continuamente di posizione, ed il luogo delle sue posizioni sarà una linea perfettamente determinata la cui equazione ora passeremo a ricercare.

Indichiamo con ρ e θ le coordinate polari del punto P, prendendo O per polo e per asse polare la diagonale $O\,P_0$ del romboide considerata come fissa nella sua posizione originaria.

Osserviamo che in un romboide la diagonale che congiunge i vertici nei quali concorrono a due a due i lati eguali, divide per metà gli angoli ai vertici medesimi; sarà perciò:

$$\widehat{A_0\,O\,P_0} = \widehat{B_0\,O\,P_0} = \frac{\alpha}{2} \quad ,$$

e dalla figura :

$$(4) \qquad \widehat{A\,O\,P} = \widehat{A\,O\,P_o} + \theta = \frac{\alpha}{2} - \varphi + \theta$$

$$\widehat{B\,O\,P} = \widehat{B\,O\,P_o} - \theta = \frac{\alpha}{2} + \varphi_1 - \theta \quad ,$$

ma $\widehat{A\,O\,P} = \widehat{B\,O\,P}$ quindi :

$$(5) \qquad \varphi + \varphi_1 = 2\,\theta \quad .$$

Dal triangolo A O P si ha poi:

$$\overline{A\,P}^2 = \overline{O\,P}^2 + \overline{O\,A}^2 - 2\,O\,P\,.\,O\,A\,.\cos.\,\widehat{A\,O\,P}$$

ossia :

$$l^2 = \rho^2 + r^2 - 2\,\rho\,r\,.\cos.\,\widehat{A\,O\,P} \quad ,$$

e poichè combinando la (4) con la (5) risulta:

$$\widehat{A\,O\,P} = \frac{1}{2}(\alpha + \varphi_1 - \varphi) \, ,$$

avremo :

$$(6) \qquad l^2 = \rho^2 + r^2 - 2\,\rho\,r\,.\cos.\,\frac{1}{2}(\alpha + \varphi_1 - \varphi).$$

Le relazioni (5) e (6) fra gli angoli φ e φ_1 e le coordinate ρ e θ, determinano la natura dei legami che il romboide articolato stabilisce fra il suo vertice P ed i suoi lati O A ed O B. La equazione che cerchiamo risulterà quindi dalla eliminazione delle variabili φ e φ_1 fra le (3), (5), (6).

Per procedere a tale eliminazione scriviamo la (3) nel modo seguente :

$$\frac{\cos.\,\varphi}{\text{sen.}\,\varphi} - \frac{\cos.\,\varphi_1}{\text{sen.}\,\varphi_1} = 2\cot.\,\alpha_o \quad .$$

Moltiplicando questa equazione per sen. φ. sen. φ_1, e ricorrendo a notissime relazioni trigonometriche, si arriva facilmente a darle la forma:

$$\text{sen.}(\varphi_1 - \varphi) = \cot.\alpha_0 \left\{ \cos.(\varphi_1 - \varphi) - \cos.(\varphi + \varphi_1) \right\}$$

e per la (5):

$$\text{sen.}(\varphi_1 - \varphi) = \cot.\alpha_0 . \cos(\varphi_1 - \varphi) - \cot.\alpha_0 \cos. 2\,\theta \,. \tag{7}$$

La (6) può scriversi così:

$$\rho^2 + r^2 - l^2 = 2\,\rho\, r \sqrt{\frac{1}{2}\left\{ 1 + \cos.(\alpha + \varphi_1 - \varphi) \right\}}$$

e quadrando e dopo facili sviluppi e riduzioni:

$$\rho^4 - 2\,\rho^2\, l^2 + (r^2 - l^2)^2 =$$
$$2\,\rho^2\, r^2 \left\{ \cos.\alpha . \cos(\varphi_1 - \varphi) - \text{sen.}\,\alpha . \text{sen.}(\varphi_1 - \varphi) \right\}$$

e posto qui il valore di sen.$(\varphi_1 - \varphi)$ dato dalla (7):

$$\rho^4 - 2\,\rho^2\, l^2 + (r^2 - l^2)^2 =$$
$$2\,\rho^2 r^2 \left\{ \cos.\alpha . \cos.(\varphi_1 - \varphi) - \text{sen.}\,\alpha . \cot.\alpha_0 \cos.(\varphi_1 - \varphi) + \text{sen.}\,\alpha \cot.\alpha_0 \cos 2\theta \right\}.$$

Eliminando ora la $\varphi_1 - \varphi$ mediante la (7), si arriverebbe senza difficoltà all'equazione generale del luogo dei punti P, qualunque siano i parametri α, l ed r. Tale equazione però riuscirebbe assai complessa, e per lo scopo nostro la sua completa generalità sarebbe affatto inutile. Approfittando invece della libertà di scelta dei detti parametri, prenderemo fin da ora $\alpha = \alpha_0$, con che distruggendosi a vicenda i due primi termini nel secondo membro della precedente equazione, restano senz'altro eliminate le φ e φ_1 e l'equazione stessa di molto semplificata. Si ha cioè:

$$\rho^4 - 2\,\rho^2\, l^2 + (r^2 - l^2)^2 = 2\,\rho^2\, r^2 \cos.\alpha_0 \cos. 2\,\theta$$
$$= 2\,\rho^2\, r^2 \cos.\alpha_0 \left\{ 2\cos.^2\theta - 1 \right\}$$

da cui:

$$\rho^4 - 2\rho^2 \left\{ l^2 - r^2 \cos.\alpha_o \right\} + (r^2 - l^2)^2 = 4\rho^2 r^2 \cos.\alpha_o . \cos.^2\theta .$$

Diamo ora al parametro l un valore l_o tale che renda un quadrato perfetto il primo membro di questa equazione, tale, cioè, che soddisfi alla condizione:

$$(8) \qquad r^2 - l_o^2 = l_o^2 - r^2 \cos.\alpha_o \quad .$$

Avremo così:

$$\left\{ \rho^2 - l_o^2 + r^2 \cos.\alpha_o \right\}^2 = 4\rho^2 r^2 \cos.\alpha_o . \cos.^2\theta .$$

ed estraendo la radice:

$$\rho^2 - l_o^2 + r^2 \cos.\alpha_o = \pm 2\rho r \sqrt{\cos.\alpha_o} . \cos\theta ,$$

ossia posto;

$$a = \pm r \sqrt{\cos.\alpha_o}$$

$$\rho^2 + a^2 - 2\rho a \cos.\theta = l_o^2 \quad ,$$

che è l'equazione di un circolo di raggio l_o e col centro sull'asse polare ad una distanza a dal polo.

Questa distanza è poi necessariamente reale perchè, come abbiamo veduto al n. 11, l'angolo α_o non può avere valori superiori a 90^o. Il valore del raggio l_o si deduce dalla (8), dalla quale si ha:

$$2 l_o^2 = r^2 \left\{ 1 + \cos.\alpha_o \right\} = 2 r^2 \cos.^2 \frac{\alpha_o}{2}$$

e quindi:

$$l_o = r \cos. \frac{\alpha_o}{2} \quad .$$

Prendendo dunque $P_o A_o = P_o B_o = l_o$ e come forma originaria del romboide quella allora determinata da $\alpha = \alpha_o$, se le manovelle O A ed O B descrivano spazi angolari φ e φ_1 che a due a due soddisfino alla condizione (3), il punto P descriverà un circolo il centro G del quale sarà sulla diagonale O P_0 del romboide originario alla distanza $a = \pm r \sqrt{\cos. \alpha_0}$ da O, ed il raggio G P_0 = G P avrà la stessa lunghezza l_0 assegnata alle aste $P_0 A_0$ e $P_0 B_0$. Inversamente qualora il punto P si muova sul detto circolo, le coppie di angoli di cui girano contemporaneamente le manovelle O A ed O B soddisferanno alla condizione (3). E perchè ciò avvenga basta collegare il vertice P_0 del romboide col centro fisso G mediante una quinta asta rigida, della stessa lunghezza l_0 delle aste $P_0 A_0$ e $P_0 B_0$ e articolata in P_0 ed in G. Per tal modo si forma un sistema $P_0B_0OA_0P_0G$ composto di due quadrilateri articolati O A_0 P_0 G O ed O B_0 P_0 G O con le aste O A_0 ed O B_0, $P_0 A_0$ e $P_0 B_0$ eguali, e con l'asta fissa O G e la mobile G P_0 comuni. Chiameremo questo sistema *biquadrilatero romboidale*, o, per brevità, semplicemente *biquadrilatero*.

Il parametro r, ossia la lunghezza delle manovelle O A_0 ed O B_0, resta arbitrario come si poteva prevedere a priori; ad esso sono proporzionali le lunghezze assolute delle varie aste componenti il meccanismo.

Dopo quanto è stato detto in addietro, il biquadrilatero risolve il problema; le manovelle O A_0 ed O B_0 girevoli intorno ad un medesimo asse fisso G corrispondono a quelle che al n. 12 abbiamo indicato in generale con β e β_1. Ora non resta che dire di alcune sue proprietà e della sua pratica applicazione.

14. Dal calcolo precedentemente istituito risulta che la distanza a fra il centro del circolo descritto dal punto P ed il polo può avere due valori eguali in grandezza, ma opposti di segno; i valori, cioè, $a = \pm r \sqrt{\cos \alpha_0}$. Si potrebbe pensare perciò che il problema avesse due soluzioni, ed infatti ai due valori di a corrispondono due forme diverse del biquadrilatero; per

$$O\,G = r \sqrt{\cos. \alpha_0}$$

si avrebbe la forma rappresentata dalla fig. 5, e per

$$G_1 O = -r \sqrt{\cos.\, \alpha_o}$$

quella rappresentata dalla fig. 6 [1]. Effettivamente però queste due soluzioni non sono distinte; ciò perchè, come vedremo in seguito, ciascuno dei due quadrilateri componenti il biquadrilatero è a rivoluzione completa rispetto ai perni fissi O e G (fig. 5), e si passa dall'una all'altra delle predette forme facendo girare una qualunque delle tre manovelle $O A_o$ $O B_o$, $G P_o$ di 180° intorno al rispettivo perno fisso.

---

(1) Nel romboide convesso della fig. 5 si ha $O P_o = O G + G P_o$.

Prendendo dunque $O G = r \sqrt{\cos \alpha_o}$ e $G P_o = l_o = r \cos. \frac{\alpha_o}{2}$, deve essere:

$$OP_o = r \sqrt{\cos \alpha_o} + r \cos. \frac{\alpha_o}{2} .$$

Infatti condotta la $A_o N$ perpendicolare ad $O P_o$ è:

$$O P_o = O N + N P_o = O N + \sqrt{\overline{A_o P_o}^2 - \overline{A_o N}^2} .$$

Ma si ha manifestamente:

$$O N = r \cos. \frac{\alpha_o}{2} \quad \text{ed} \quad A_o N = r \,\text{sen.} \frac{\alpha_o}{2} ,$$

e, per costruzione, $A_o P_o = l_o = r \cos. \frac{\alpha_o}{2}$; sarà per tal modo:

$$O P_o = r \cos. \frac{\alpha_o}{2} + \sqrt{r^2 \cos^2 \frac{\alpha_o}{2} - r^2 . \,\text{sen.}^2 \frac{\alpha_o}{2}} ,$$

ed infine

$$O P_o = r \cos. \frac{\alpha_o}{2} + r \sqrt{\cos.\, \alpha_o} .$$

Similmente si trova che nel romboide concavo della fig. 6, è invece:

$$O P_1 = r \cos. \frac{\alpha_o}{2} - r \sqrt{\cos.\, \alpha_o} ,$$

il che è conforme a quello che apparisce direttamente dalla figura ove per costruzione è $G_1 P_1 = l_o = r \cos. \frac{\alpha_o}{2}$ e $G_1 O = r \sqrt{\cos.\, \alpha_o}$

Nella pratica applicazione del biquadrilatero non può esservi incertezza alcuna nel decidere quale delle due forme sopra cennate debba essere scelta come forma originaria, manifestamente, cioè, deve scegliersi quella rappresentata dalla fig. 5. Nella forma disegnata nella fig. 6, gli angoli $\widehat{O A_0 P_1}$, ed $\widehat{O B_0 P_1}$ riescono infatti sempre e necessariamente piccoli, e con essa sarebbe quindi malsicura la trasmissione del moto fra le manovelle $O A_0$ ed $O B_0$; e siccome alla posizione originaria del sistema deve corrispondere la marcia dritta del veicolo (v. n. 12), così il difetto si farebbe precipuamente sentire nella corsa in linea retta, quando, cioè, si corre con la maggiore velocità ed importa avere la massima sicurezza nella direzione del veicolo.

Se al biquadrilatero rappresentato dalla fig. 5 si aggiungono le due aste $A_0 P_1 = B_0 P_1 = l_0$ (fig. 7) articolandole in A_0 e B_0 e fra loro in P_1, risulta un sistema che può riguardarsi come la sovrapposizione delle due forme di cui abbiamo parlato di sopra e separatamente rappresentate dalle figure 5 e 6. È chiaro allora che mentre il punto P_0 descrive un arco di circolo di centro G e raggio $G P_0 = l_0$, il punto P_1 descriverà un altro arco di circolo dello stesso raggio ma col centro G_1 determinato da

$$O G_1 = - O G = - r \sqrt{\cos. \alpha_0} .$$

A questa conseguenza si arriva anche, e per una via affatto diversa, osservando che il sistema formato dalle sei aste articolate rigide $O A_0$, $O B_0$, $A_0 P_0$, $A_0 P_1$, $B_0 P_0$ e $B_0 P_1$ (fig. 7) è un inversore di Peaucellier, e perciò il prodotto delle diagonali $O P_0$ ed $O P_1$ è costante qualunque sia la deformazione subìta dal sistema. Ora è noto che la figura trasformata per raggi vettori reciproci di un circolo è un altro circolo, il cui centro trovasi sulla retta che passa per il centro del circolo dato e per il polo d'inversione. Se quindi il punto P_0 descrive un arco di circolo di centro G, sarà vero intanto che il punto P_1 descriverà un altro arco di circolo il cui centro è sulla G O. Se poi, essendo α_0 l'angolo formato dalle aste $O A_0$ ed $O B_0$, si prenda $O A_0 = O B_0 = r$

$$A_0 P_0 = B_0 P_0 = A_0 P_1 = B_0 P_1 = l_0 = r \cos. \frac{\alpha_0}{2}$$

ed il punto P_0 descriva un arco di centro G e raggio

$$G P_0 = l_0 = r \cos. \frac{\alpha_0}{2}$$

è facile dimostrare che l'arco trasformato descritto dal punto P_1 ha lo stesso raggio l_0 ed il centro G_1 determinato

da $$O G_1 = - O G = - r \sqrt{\cos. \alpha_0} \quad (1)$$

15. Consideriamo il quadrilatero $O A_0 P_0 G O$ (fig. 5) nel quale si ha:

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} O A_o = r \\ A_o P_o = G P_o = l_o = r \cos. \dfrac{\alpha_o}{2} \\ O G = r \sqrt{\cos. \alpha_o} \end{array} \right.$$

Dovendo essere l'α_0 sempre compreso fra 0° e 90° (v. n. 11), e si potendo scrivere:

$$r \sqrt{\cos. \alpha_o} = r \sqrt{\cos.^2 \frac{\alpha_o}{2} - \text{sen.}^2 \frac{\alpha_o}{2}}$$

e chiaro che si avrà sempre:

(1) Infatti se l_0 ed l_1 sono i raggi dei circoli dato e trasformato, a ed a_1 le distanze dei loro rispettivi centri dal polo d'inversione e c^2 la costante d'inversione, è noto che si ha:

$$l_1 = \frac{c^2 l_0}{l_0^2 - a^2} \quad \text{ed} \quad a_1 = - \frac{c^2 a}{l_0^2 - a^2}.$$

È noto pure che nell'inversore di Peaucellier è $c^2 = \overline{O A_0}^2 - \overline{A_0 P_0}^2$;

e prendendo allora $O A_0 = r$, $A_0 P_0 = l_0 = r \cos. \frac{\alpha_0}{2}$ ed $a = r \sqrt{\cos. \alpha_0}$ risulta $c^2 = l_0^2 - a^2$ e così

$$l_1 = l_0 \quad \text{ed} \quad a_1 = - a \quad \text{ossia} \quad O G_1 = - O G = - r \sqrt{\cos. \alpha_0}$$

$$r\sqrt{\cos.\,\alpha_o} < r\cos.\,\frac{\alpha_o}{2} < r$$

ossia per le (9):

$$O\,G < A_o\,P_o = G\,P_o < O\,A_o \quad .$$

In tutti i casi possibili dunque O G sarà il lato più piccolo ed O A_0 il più grande del quadrilatero considerato.

Posto:

$$(10) \qquad \begin{cases} V = O\,A_o + O\,G \\ U = A_o\,P_o + G\,P_o \end{cases}$$

per le (9) sarà:

$$V = r\left(1 + \sqrt{\cos.\,\alpha_o}\right)$$

$$U = 2\,r\cos.\,\frac{\alpha_o}{2} \quad .$$

Quadrando queste equazioni, sottraendo poi membro a membro la prima dalla seconda ed osservando che è

$$2\cos.^2\frac{\alpha_o}{2} = 1 + \cos.\,\alpha_0$$

si ottiene:

$$U^2 - V^2 = r^2\left(1 - \sqrt{\cos\alpha_o}\right)^2 \quad ,$$

ove il secondo membro essendo essenzialmente positivo deve ritenersi che la grandezza numerica di V è sempre minore di quella di U. Per le (10) sarà dunque in tutti i casi:

$$O\,A_o + O\,G < A_o\,P_o + G\,P_o \quad .$$

Ora è noto che se in un quadrilatero articolato la somma aritmetica delle lunghezze delle due aste più grande e più piccola, è minore di quella delle lunghezze delle altre due, il quadrilatero è a rivoluzione completa rispetto ai perni posti alle estremità dell' asta più corta (1). Il quadrilatero $O A_0 P_0 G O$ è dunque a rivoluzione completa rispetto ai perni O e G, e siccome le identiche cose si possono ripetere per l'altro quadrilatero $O B_0 P_0 G O$, deriva che l' intero biquadrilatero $P_0 B_0 O A_0 P_0 G$, è a rivoluzione completa rispetto ai perni O e G fissi al supporto del meccanismo, e così una qualunque delle tre manovelle $O A_0$, $O B_0$, $G P_0$ può fare un giro intero sul rispettivo perno fisso.

Questa proprietà del biquadrilatero se non è necessaria, e neppure importante per le applicazioni, rende però completa la soluzione del problema che ci eravamo proposti. E dico *completa* perchè è ben noto che se un sistema articolato risolve un problema cinematico soddisfando rigorosamente a date condizioni imposte al movimento di uno o più punti delle sue aste, non sempre questo movimento può essere indefinitamente continuato nel medesimo verso.

Per essere il biquadrilatero a rivoluzione completa è chiaro che applicandolo ad un automobile ove le ruote direttrici fossero anche motrici e potessero fare un intero giro intorno ai rispettivi assi di sterzo, si avrebbe dolcissimo il movimento del veicolo per qualunque angolo di sterzo fra 0° e 360°, e posto il sistema in *marcia avanti* e sterzando poi di 180°, si avrebbe senz'altro la *marcia indietro*; il veicolo retrocedendo potrebbe poi volgere a destra od a sinistra e lo sterzo rimarrebbe sempre rigorosamente corretto (2). Se abbiamo parlato di veicoli così fatti, abbiamo avuto unicamente lo scopo di mostrare che con l'applicazione del biquadrilatero romboidale allo sterzo, questo, per se stesso, non impone più limite alcuno alla grandezza degli angoli dei quali possono sterzare le ruote direttrici, e neppure abbiamo lontanamente pensato che qualche costruttore voglia mettere insieme degli automobili che, vere bizzarie costruttive, non avrebbero alcuna pratica importanza. Tutto al più se ne potrebbe fare un modello dimostrativo di piccole dimensioni da far rotolare sopra un tavolo spingendolo a mano.

E su questo argomento osserveremo, che negli ordinarî auto-

(1) G. Koenigs — Opera citata.

(2) Non mancano esempi di automobili, e specialmente di automobili elettrici, ove le ruote direttrici sono anche motrici.

mobili ove l'azione motrice si esercita ed egualmente si ripartisce sulle ruote posteriori per mezzo del ben noto meccanismo differenziale, la spinta risultante cui è soggetto il veicolo è sempre applicata (anche nelle svolte più strette) ad un punto del suo asse longitudinale e sempre diretta secondo l'asse medesimo, precisamente come se vi fosse una sola ruota motrice nel piano mediano del veicolo (triciclo Bollée, Bernardi ecc.). Da ciò consegue che se pure si faccia astrazione dalle resistenze al rotolamento delle ruote direttrici, le svolte del veicolo intorno al punto di mezzo dell'asse comune alle ruote motrici sarebbero impossibili; nella svolta infatti questo punto resterebbe fermo, e la risultante sopradetta passando allora per un punto fisso non potrebbe avere effetto alcuno per far muovere il sistema. Praticamente poi, attesa la esistenza di dette resistenze, è già difficile che la spinta dovuta al motore dell' automobile riesca da sola a farlo volgere sul centro di una delle ruote posteriori, specialmente quando la lunghezza del veicolo è grande in confronto della larghezza. Per tal modo negli ordinarî automobili sarebbe inutile che le ruote direttrici potessero sterzare oltre i 90°, e per effettuare svolte sotto angoli di sterzo più grandi si dovrebbe o rendere motrici le ruote direttrici, o far agire opportunamente sul veicolo una forza esterna.

Costruzione geometrica del biquadrilatero e norme e disposizioni diverse per la sua pratica applicazione

16. Abbiamo già avvertito che nelle applicazioni del biquadrilatero romboidale deve prendersi come sua forma originaria, corrispondente alla marcia dritta del veicolo, quella convessa rappresentata dalla fig. 5. Questa forma può essere costruita col seguente procedimento grafico, il quale, essendo di una estrema semplicità, non può essere che bene accetto dai costruttori.

Deve essere (fig. 5):

$$\text{angolo } \widehat{A_o O B_o} = \alpha_o$$

$$O\ A_o = O\ B_o = r \text{ (arbitraria)}$$

$$P_o A_o = P_o B_o = P_o G = l_o = r \,.\, \cos.\frac{\alpha_o}{2} \,.$$

Ferma la convenzione che nominando un punto, una retta od una parte qualsiasi del veicolo, punto, retta o parte di esso debba intendersi in projezione ortogonale sul piano di rotolamento, sieno in una scala grafica qualsivoglia, A ed O (fig. 8) gli assi di sterzo del veicolo, ed RT l' asse delle ruote posteriori parallelo ad AO. Si cominci a costruire l' angolo α_0 nel modo indicato al n. 11, cioè: si divida per metà A O in Q; da Q si conduca la perpendicolare ad A O fino che incontra R T in M; si congiunga M con O e sarà per tal modo $\widehat{MOA} = \alpha_0$.

Sopra O A ed O M si prendano due segmenti O B_0 ed O A_0 eguali alla lunghezza arbitraria r, si conduca $A_0 B_0$ e la si divida per metà in N; si conduca O N K; si centri in B_0 e con raggio O N si tagli O K in P_0; si centri in P_0 e con lo stesso saggio si tagli P_0 O in G. Congiungendo allora P_0 con A_0 e con B_0 risulta la figura $P_0 B_0 O A_0 P_0 G$ la quale determina la forma originaria che deve avere il biquadrilatero da applicarsi al dato veicolo. Per dimostrarlo osserviamo che dalla figura si ha $ON = OA_0 \cos. \widehat{A_0 O P_0} = r \cos. \frac{\alpha_0}{2}$; che evidentemente è $P_0A_0 = P_0B_0$; che infine per costruzione è $P_0B_0 = P_0G = ON$, o perciò $P_0 A_0 = P_0 B_0 = P_0 G = O N = r \cos. \frac{\alpha_0}{2}$ come deve essere.

La costruzione geometrica del biquadrilatero suggerita nei brevetti (1) è diversa, e un po' meno semplice di quella or ora indicata. Le due costruzioni sono però perfettamente equivalenti nel risultato finale.

---

(1) Numeri e date dei brevetti conceduti da diversi Stati d' Europa e d'America:

Italia, $\frac{\text{Reg. XXXIV}}{46601} \cdot \frac{\text{XCI}}{244}$, 22 Febb. 1898, principia col 31 Decemb. 1897.

Francia, n.° 278866, 4 Ott. 1898.

Belgio, n.° 136242, 30 Giugno 1898.

Germania, n.° 113071, emesso il 29 Agosto 1900, principia col 5 Luglio 1898.

Inghilterra, n.° 14563, domanda del 1 Luglio 1898.

La lunghezza arbitraria r delle aste fra loro eguali $O\,A_0$ ed $O\,B_0$, giova sceglierla piuttosto grande, e ciò per rendere meno sensibili gli effetti nocivi dei giochi nelle articolazioni del sistema. In generale sarà scelta bene prendendola eguale ad $^1/_5$ della distanza fra gli assi di sterzo.

Il biquadrilatero deve disporsi in un piano parallelo a quello di rotolamento; le manovelle $O\,A_0$ ed $O\,B_0$ devono girare intorno ad un stesso perno O fisso al telaio del veicolo, e la $P_0\,G$ intorno ad un altro perno G fisso pure al telajo medesimo.

17. Conformemente a quanto è stato detto al n. 12, le manovelle $O\,A_0$ ed $O\,B_0$ che girano contemporaneamente di angoli i quali a due a due soddisfano alla equazione (3), devono poi collegarsi rigidamente o mediante parallelogrami articolati ai fusi delle ruote direttrici, talchè ciascuno di questi fusi ruoti intorno al rispettivo asse di sterzo dello stesso angolo e nel medesimo verso della manovella del biquadrilatero cui è collegato. Il costruttore potrà poi scegliere nel modo che meglio gli conviene la disposizione dell'insieme del meccanismo, giacchè la posizione ed orientazione del biquadrilatero nel proprio piano rispetto al veicolo sono affatto arbitrarie. Prima però di dare qualche esempio di tali disposizioni dobbiamo esporre la regola che vale a stabilire quale delle due sopradette manovelle va collegata col fuso dell'una e quale col fuso dell'altra ruota direttrice.

Chiamando ruota *destra* quella che trovasi alla destra di chi guida il veicolo, e manovella *destra* del biquadrilatero quella che trovasi alla destra di una persona la quale, senza riguardo alla posizione del veicolo ed alla direzione della strada percorsa, stia ritta sul piano di rotolamento, metta i piedi nel vertice fisso O (fig. 8) e guardi il vertice diagonalmente opposto P_0 del biqua-

---

SVIZZERA, n.° 17554, 15 Luglio 1898.

AUSTRIA, $\dfrac{\text{Vol. 48}}{\text{pag. 3296}}$, 16 Giugno 1898.

UNGHERIA, n.° 13586, 29 Decemb. 1898.

STATI UNITI d'America, n.° 659569, principia col 9 Ott. 1900.

Quello degli *Stati Uniti* è conceduto ad *Enrico Bernardi*, tutti gli altri sono a favore della *Società Miari, Giusti e C.*[i] di Padova.

drilatero, si collegheranno le manovelle *destra* e *sinistra* del biquadrilatero ordinatamente coi fusi delle ruote *destra* e *sinistra*.

Per dimostrare la esatezza di questa regola osserveremo che se il veicolo deve volgere a destra del guidatore, ossia nel senso delle lancette di un orologio, le ruote direttrici devono sterzare nello stesso verso; il punto allora nel quale s'incontrano gli assi geometrici di tutte le ruote del veicolo cade a destra, e perciò, come sarà facile riconoscere, la ruota direttrice *destra* sterza di più della *sinistra*. D' altro canto la manovella destra $O\,B_0$ e la sinistra $O\,A_0$ (fig. 5) del biquadrilatero ruotando pur esse nel senso sopradetto, gli angoli rispettivi φ_1 e φ di cui girano, devono considerarsi positivi (v. n. 11) e quindi, per la condizione (3) di sterzo corretto, è certo $\varphi_1 > \varphi$. Girerà dunque di un angolo maggiore la manovella destra della sinistra, e per tal modo è la *destra* che dovrà collegarsi col fuso della ruota che sterza di più, ossia col fuso della ruota *destra*. Alla medesima conclusione si arriverebbe supponendo che il veicolo volgesse a sinistra, perchè in tal caso è bensì vero che la ruota direttrice sinistra sterzerebbe di più della destra, ma è altrettanto vero che gli angoli φ e φ_1 essendo allora negativi, per la (3) si avrebbe, in valore assoluto, $\varphi > \varphi_1$.

18. La disposizione più semplice che si può dare allo sterzo del quale ci occupiamo è indicata nella fig. 9.

La manovella destra $O\,B_0$ del biquadrilatero ed il fuso $O\,D$ della ruota direttrice destra sono rigidamente congiunti, e così l'angolo $\widehat{B_0\,O\,D}$ che formano fra loro resta costante. La manovella sinistra $O\,A_0$ gira folle sull'asse O e mediante il tirante $A_0\,E$, articolato in A_0 ed in E, trasmette il proprio movimento alla manovella $A\,E$. Questa ed il fuso della ruota direttrice sinistra sono invariabilmente collegati e perciò l'angolo $\widehat{E\,A\,S}$ che formano fra loro rimane costante. Si prende $A\,E = O\,A_0$ ed $A_0\,E = O\,A$; la figura $O\,A_0\,E\,A\,O$ riesce perciò un parallelogramma, ed è chiaro allora che le ruote direttrici destra e sinistra sterzano dello stesso angolo di cui girano rispettivamente le manovelle omonime del biquadrilatero.

L'asta $G\,P_0$ ruota intorno ad un perno G fisso al telaio del veicolo, e la posizione di questo perno rispetto agli assi di sterzo A ed O, e la grandezza degli angoli costanti $\widehat{B_0 O D}$ ed $\widehat{E A S}$ si coordinano in modo che quando i fusi O D ed A S sono paralleli all'asse posteriore R T del veicolo (marcia dritta) il biquadrilatero prenda la forma originaria, come appunto è rappresentato nella figura.

La fig. 9 *bis* mostra lo stesso meccanismo in posizione di svolta.

Non contando le aste fisse O A ed O G, che non appariscono come vere aste perchè formate dalle parti stesse del telaio del veicolo, il predescritto sterzo si compone di sole *sette* aste articolate. Esso apparì per la prima volta in due vetturette presentate dalla Società Miari Giusti e C. di Padova alla Esposizione di Torino nel 1898, ed una di queste vetturette vinse la corsa internazionale di velocità Torino-Alessandria-Torino indetta in quell'epoca e che, per gli automobili, fu la prima in Italia.

I costruttori ritengono svantaggioso che per effetto degli ostacoli incontrati dalle ruote direttrici lungo la strada, il tirante A_0 E sia cimentato per compressione. Ciò appunto avviene con la disposizione precedentemente descritta, ma importa notare che lo svantaggio deriva principalmente dalla circostanza che negli sterzi in uso, per renderli meno scorretti, le manovelle collegate da quel tirante si fanno piuttosto corte in confronto della lunghezza del tirante medesimo. Nel caso nostro ciò non è necessario, e prendendole di lunghezza eguale ad $^1/_5$ di O A ($= A_0$ E), come abbiamo suggerito al n. 16, la resistenza del tirante riesce sempre assicurata senza eccedere nelle sue dimensioni trasversali. In ogni modo il meccanismo rappresentato dalla fig. 10 è esente dal predetto inconveniente. E per l'intelligenza della figura avvertiremo solo che vi sono omesse, per semplicità, le ruote posteriori del veicolo ed il loro asse, e che la manovella O F forma un pezzo solo con la O A_0 del biquadrilatero, talchè A_0 O F è una leva angolare che gira folle sull'asse O di sterzo.

19. Per trasmettere il movimento del manubrio di direzione all' uno od all' altro dei meccanismi descritti ed anche a quelli che descriveremo in seguito, si possono impiegare i mezzi comunemente adottati, applicando anche, qualora lo si creda conveniente, degli ingegni demoltiplicatori semplici e demoltiplicatori irreversibili. I sistemi di cui abbiamo discorso e discorreremo, vanno a sostituire semplicemente il solito quadrilatero articolato Akerman-Jeantaud, o gli altri meccanismi in uso ordinati per lo stesso scopo.

Nei carrozzini a tre ruote costruiti prima dalla *Società Miari Giusti e C.* e poi dalla *Società Italiana Bernardi* di Padova, il manubrio di direzione è applicato al sommo di un albero che si eleva verticalmente sopra G (fig. 9), ed alla cui estremità inferiore è fissata la manovella $G P_0$ del biquadrilatero. Questo albero riesce naturalmente a destra del guidatore, il quale sta seduto sopra una comoda scranna per due persone posta sul davanti del veicolo; siccome però il manubrio di direzione consiste in una vera manovella orizzontale che fissata sul detto albero si porta tutta verso sinistra, così la sua impugnatura cade di fronte al guidatore, il quale dirige il veicolo con la mano sinistra, resta affatto libero con la destra e tiene le gambe in uno spazio completamente sgombro.

Un' altra disposizione indicata nei brevetti, e che venne applicata dalla *Società italiana Bernardi* alle vetture e vettturette a quattro ruote, è quella rappresentata dalla fig. 11. Le manovelle $O F$ ed $O F^1$ formano rispettivamente un pezzo solo con le $O A_0$ ed $O B_0$ del biquadrilatero. I perni G ed O sono fissi al telajo del veicolo, ed $O A E F O$ ed $O F^1 E^1 B O$ sono parallelogrammi articolati i quali in posizione di marcia dritta (quella rappresentata in figura) sono rettangoli. Con questa disposizione il perno G della manovella $G P_0$ del biquadrilatero vien portato indietro ed un po' a destra, e per tal modo l'albero del manubrio di direzione, fissato alla detta manovella, cade fra le gambe del guidatore seduto sopra una scranna per due persone posta verso il mezzo del veicolo. Il manubrio di direzione è qui costituito da un volantino. Abbiamo fatto cenno a questa disposizione specialmente per chiarire ciò che è stato detto in addietro, che, cioè, nei meccanismi i quali si possono combinare con l'applicazione del biquadrilatero, la posizione ed orientazione di questo rispetto al veicolo sono arbitrarie.

In generale gioverà adottare in pratica l' uno o l'altro dei meccanismi schematicamente disegnati nelle figure 9 e 10, e trasmettere i moti del manubrio di direzione all'una od all'altra delle tre manovelle del biquadrilatero o direttamente o mediante un quadrilatero articolato opportunamente disposto.

Accenneremo per ultimo ad una disposizione che riesce simmetrica rispetto all'asse longitudinale del veicolo, che è solo apparentemente più complessa di quelle rappresentate dalle figure 9 e 10 e che, in taluni casi, potrebbe essere adottata in pratica con qualche vantaggio.

Essa è indicata nella fig. 12: il biquadrilatero è diviso nei suoi quadrilateri componenti; il destro $O\,B_0\,P_0\,G\,O$ è posto presso la ruota destra e la sua manovella $O\,B_0$ è invariabilmente congiunta col fuso della ruota medesima; il sinistro $O^1\,A_0\,P^1{}_0\,G^1\,O^1$ è collocato simmetricamente al precedente rispetto all'asse $Z\,Z$ del veicolo, e la sua manovella $O^1\,A_0$ è rigidamente unita al fuso della ruota sinistra. Le aste $G\,F$ e $G^1\,E$ sono eguali e rispettivamente formano un pezzo solo con le $G\,P_0$ e $G^1\,P_0{}^1$; per tal modo $P_0\,G\,F$ e $P_0{}^1\,G^1\,E$ sono due leve angolari rettangole girevoli sui rispettivi perni G e G^1 fissi al telaio del veicolo. Un tirante $E\,F$ articolato in E ed F, e di lunghezza eguale a $G^1\,G$, collega poi le due predette leve e le costringe a ruotare di angoli eguali.

Giova notare che il meccanismo ora descritto non potrebbe essere adottato qualora si domandassero angoli di sterzo straordinariamente grandi. In un parallelogramma articolato infatti il movimento non si trasmette bene quando l'angolo che formano le manovelle con la linea dei centri fissi è più piccolo di 20°, e perciò praticamente non si può fare assegnamento su tale meccanismo che per trasmettere il movimento entro un campo angolare di 70° delle sue manovelle da una parte e dall'altra della posizione da loro occupata quando il parallelogramma è rettangolo. Tenuto poi conto del fattto che nel campo predetto la velocità angolare media delle manovelle $O\,B_0$ ed $O^1\,A_0$ è necessariamente minore di quella delle manovelle $G\,P_0$ e $G^1\,P_0{}^1$, il meccanismo non potrebbe riuscire sicuro per angoli di sterzo maggiori di 50° circa, a meno che il veicolo non avesse una lunghezza straordinariamente grande in confronto della larghezza.

La disposizione predescritta non venne mai applicata in pratica, nè di essa si fa cenno nei brevetti; è indubbio però che deve essere perfettamente pratica, come sono pratiche le altre delle quali abbiamo discorso in addietro. Ed a proposito del valore pratico degli sterzi combinati con l'applicazione del biquadrilatero diremo, che adottati per tutti gli automobili a tre ed a quattro ruote fabbricati prima dalla *Società Miari Giusti e C.*[i] e poi dalla *Società Italiana Bernardi* di Padova, non una volta ebbero bisogno di riparazioni o rettifiche, quantunque alcuni di tali veicoli abbiano percorso oltre i 12 mila chilometri. D' altro canto la materiale costruzione dei predetti sterzi non offre difficoltà alcuna.

Nelle vetturette a tre ruote costruite dalle nominate Società, il rapporto fra la larghezza e la lunghezza è piuttosto grande; per esse è precisamente $\frac{h}{m} = 0{,}77$, e quindi si possono dire veicoli *corti*. Questi carrozzini si volgono completamente e con la massima dolcezza di movimento sopra una strada di cinque metri di larghezza, e se in un aia ben piana orizzontale e leggermente insabbiata, vengano spinti con le mani dopo aver fissato il manubrio di direzione in modo che la ruota direttrice esterna descriva sul terreno un circolo di metri 2,50 o più di raggio, le loro ruote ripassano sulla traccia precedentemente lasciata sulla sabbia qualunque sia il numero delle evoluzioni da essi compiute. Ciò è, evidentemente, una conseguenza ed una prova della correttezza dello sterzo.

20. Resterebbe ora a parlare del progetto esecutivo, della effettiva costruzione e della rettifica dei descritti meccanismi; siccome però qualunque ingegnere meccanico può certamente combinarli, e qualunque costruttore di macchine eseguirli senza difficoltà in ogni loro dettaglio, ci limiteremo a dare in proposito le seguenti avvertenze generali. Il perno fisso G (figure 9, 10, 11) deve trovarsi tutto al di sopra o tutto al di sotto dei piani nei quali si muovono le manovelle $O A_0$ ed $O B_0$; in caso diverso la sua presenza tra di esse ne limiterebbe di troppo il movimento. Perchè le spine delle articolazioni non possano uscire in nessun caso dai fori che riempiono, importa sieno tenute a posto da un dado a vite trattenuto alla sua volta da una copiglia spaccata esterna al dado medesimo; del controdado non è da fidarsi. I fusi delle ruote e le manovelle che si uniscono agli assi di sterzo, devono esservi fissati in modo assai robusto; meglio di tutto se fuso, manovella ed asse formeranno un pezzo solo. Eseguito accuratamente un disegno geometrico del sistema con le norme date in addietro (v. n. 16), importa che la distanza fra centro e centro delle articolazioni di una stessa asta mobile o fissa, e gli angoli che durante il movimento devono restare invariati, abbiano realmente ed esattamente la grandezza assegnata da quel disegno. Nel fare il progetto del meccanismo e nel realizzarlo, non si dimenticherà che alla forma originaria del biquadrilatero deve corrispondere la marcia dritta del veicolo. Si avrà riguardo inoltre di combinare le cose per modo che, in marcia dritta, i parallelogrammi articolati che entrano nel sistema sieno rettangoli (figure 10, 11 e 12) o poco diversi dalla forma rettangola (fig. 9). Avviene sempre che la presenza del telajo del veicolo e della così detta *carrozzerìa,* limitino lo sterzare delle ruote direttrici; e perchè il guidatore girando esageratamente il manubrio di direzione non conduca quelle ruote, o qualche organo del meccanismo di sterzo, ad urtare e sfregare contro l'una o l'altra parte del veicolo, è necessaria una particolare disposizione che arresti a tempo il giro di quel manubrio. Fra i diversi mezzi ai quali si può ricorrere per raggiungere questo scopo, uno, assai semplice e perfettamente pratico, è il seguente: Alle manovelle $O\,A_0$ ed $O\,B_0$ (fig. 9) del biquadrilatero si fissano due bottoni u e v ad eguale distanza da O; il primo serve di perno intorno al quale può girare l'asta $u\,q$ la quale riceve il secondo in una fessura s in essa praticata. Avviene così che mentre le predette manovelle si aprono, il bottone v scorre nella fessura s, e raggiuntone l'estremo q (v. fig. 9 bis) impedisce il loro ulteriore aprimento. Siccome poi l'angolo $\widehat{B_0OA_0}$ è minimo in marcia dritta, così lo sterzare delle ruote direttrici resta senz'altro limitato, ed egualmente limitato, tanto se volgono a destra come a sinistra. È chiaro poi che regolando opportunemente la lunghezza della fessura s, il costruttore potrà limitare i movimenti dello sterzo al punto imposto dalla particolare disposizione delle parti del veicolo.

Fra tutte le soluzioni rigorose
praticamente possibili del problema
quelle ottenute con la opportuna applicazione del biquadrilatero
molto probabilmente sono le più semplici.

21. È generalmente ammesso che il meccanismo ordinato per collegare cinematicamente i due assi di sterzo di un automobile, per essere pratico, debba comporsi di sole aste articolate. È chiaro allora che fra i molti e forse moltissimi ingegni di tal genere che sono stati e saranno ideati per soddisfare rigorosamente alla condizione di sterzo corretto e corrispondere nel tempo stesso alle esigenze della pratica, sarà quello il più semplice che si comporrà del minor numero di dette aste.

Se alla parola *asta* si sostituisca la parola *piastra*, come appunto si deve fare nello studio generale dei sistemi articolati piani, è evidente che tutte le piastre fisse di uno qualunque di tali sistemi si possono sempre ridurre ad una sola, ad una piastra, cioè, sulla quale siano fermati tutti i perni che durante le deformazioni del sistema devono restare immobili. Similmente se due o più piastre mobili sono fra loro rigidamente congiunte, si potrà sempre sostituirvene una sola, e per giudicare quindi della maggiore o minore complicazione dei sopradetti sistemi, dovremo tener conto solamente del numero delle aste o piastre mobili, e di queste contarne una sola dove ce ne fossero due o più invariabilmente riunite.

È per questo che chiameremo e considereremo *elementi* di un dato sistema articolato solamente le sue aste o piastre mobili, riguardando come un elemento solo l'insieme di due o più elementi rigidamente congiunti. Per tal modo il quadrilatero sarà per noi composto di *tre* elementi; il sistema che abbiamo chiamato biquadrilatero, di *cinque;* l' intero meccanismo per lo sterzo corretto rappresentato dalle figure 9, 10 e 12, di *sette* ecc., e, in generale, giudicheremo meccanismo più semplice quello che si comporrà del minor numero di elementi.

22. Premesso ciò supponiamo che ad un sistema articolato qualsiasi si aggiunga un nuovo elemento articolandolo a due punti del sistema, fisso l' uno e mobile l' altro, o mobili amendue, ma non appartenenti al medesimo elemento. Così operando viene imposta una nuova condizione al movimento del sistema, la condizione, cioè, che la distanza fra i punti ai quali è articolato il nuovo elemento resti costante, e per tal guisa possiamo stabilire in generale, che aggiungendo nel modo ora indicato un elemento ad un dato sistema articolato, si abbassa di una unità il grado di libertà del suo movimento.

Si supponga invece che il numero dei elementi del meccanismo sia aumentato di una unità raddopiandone uno qualunque; e precisamente si supponga che nel posto di un elemento se ne mettano due, articolandoli separatamente ai due punti del sistema i quali da prima erano riuniti dall'elemento unico e articolandoli inoltre fra loro. La distanza allora fra i detti punti, che da prima restava necessariamente costante per la rigidità dell'elemento unico che li collegava, coi due elementi fra loro articolati potrà invece prendere valori qualsiensi, limitati solamente, in generale, dalle dimensioni finite degli elementi medesimi. Scomparendo così una condizione cui il movimento del sistema doveva soddisfare, il grado di libertà di tale movimento crescerà di *uno*.

Da queste considerazioni consegue che per passare da un dato sistema articolato meno complesso ad un altro più complesso senza alterarne il grado di libertà di movimento, è necessario, in generale, aumentare di *due* il numero dei suoi elementi; l'uno che tolga, l'altro che aggiunga *uno* al grado medesimo.

Ora il più semplice dei sistemi per i quali il grado di libertà di movimento è *uno*, per i quali, cioè, la forma del sistema è pienamente determinata dalla grandezza di un solo parametro arbitrario e che si chiamano *sistemi a legame completo*, si compone di un solo elemento; un'asta o piastra girevole intorno ad un asse fisso. Per tal modo questi sistemi, che sono i soli i quali possano impiegarsi per collegare cinematicamente gli assi di sterzo di un veicolo, non potranno avere, in generale, che un numero dispari di elementi, e cioè: 1, $1 + 2 = 3$, $3 + 2 = 5$ ecc. È poi evidente che per veicoli con due assi di sterzo non si può pensare ad un sistema di un solo elemento, ed il loro sterzo non potrà quindi essere combinato che mediante sistemi di 3, 5, 7 ecc. elementi.

23. Il sistema di *tre* elementi è quello comunemente impiegato; ne abbiamo parlato in altro luogo; si chiama quadrilatero o trapezio di Akerman, e lo rappresenta la fig. 1. Si ritiene però generalmente, ed una appropriata analisi lo dimostra, che con esso è impossibile ottenere uno sterzo corretto, e perciò il sistema praticamente più semplice che risolva rigorosamente il problema non potrà avere un numero di elementi minore di *cinque*.

Il sistema di cinque elementi, quale può essere applicato allo sterzo degli automobili, consiste in un doppio quadrilatero G A E F G D C B G (fig. 13 e 14) con due aste G F e G D rigidamente congiunte fra loro e con tre assi fissi A, B e G, i primi due dei quali sono gli assi di sterzo del veicolo. Tale sistema considerato nella sua forma originaria, ossia nella forma che corrisponde alla marcia dritta, può disporsi, in generale, in due modi diversi: 1.°, i due quadrilateri che lo compongono hanno i lati rispettivamente eguali e sono simmetricamente posti rispetto all'asse longitudinale $M M_1$ del veicolo (fig. 13); 2.°, uno di questi quadrilateri è un parallelogramma G A E F G (fig. 14), e l'altro è un trapezio G D C B G isoscele e simmetrico quindi rispetto alla NN_1 che ne dimezza i lati paralleli.

La simmetria dell' intero sistema rispetto alla $M M_1$ nella prima disposizione, e di una parte di esso rispetto alla $N N_1$ nella seconda, è necessaria perchè tanto se il meccanismo debba soddisfare esattamente alla condizione di sterzo corretto, quanto se debba soddisfarvi in via di approssimazione, partendo dalla forma del sistema la quale corrisponde alla marcia dritta del veicolo, quella condizione deve verificarsi con lo stesso grado di precisione sia che il veicolo faccia una svolta a destra sia che la faccia eguale a snistra.

Nella disposizione rappresentata dalla fig. 14 il parallelogramma G A E F G ha solamente l' ufficio di trasmettere, senza alterarlo, il moto rotatorio delle manovelle riunite G F e G D alla manovella A E. Il sistema perciò che veramente trasforma la rotazione della manovella B C in quella della A E in modo da soddisfare più o meno esattamente alla condizione di sterzo corretto, è il trapezio G D C B G. Siamo così ricondotti al trapezio di Akerman, però con questa differenza che nel caso qui considerato il lato fisso B G è arbitrario potendosi fissare il perno G in un punto qualsiasi del piano del meccanismo. Nel sistema di Akerman i parametri dei quali si può disporre per soddisfare rigorosamente od in via di approssimazione alla condizione di sterzo corretto sono due, e per essi si può prendere la lunghezza dei due lati eguali A E e B C (fig. 1) e quella del lato E C. Il rapporto però degli angoli contemporaneamente descritti dalle manovelle B C ed A E, non dipende veramente dalle lunghezze assolute di quei lati, ma dai loro rapporti con la lunghezza del lato fisso A B, e perciò i parametri arbitrari sono effettivameate questi rapporti. Da ciò deriva che se pure è data libertà di scegliere a piacere la grandezza del lato fisso del trapezio, i parametri arbitrarî restano sempre due, e poichè col sistema di Akerman è impossibile combinare uno sterzo corretto, sarà pure impossiblie combinarlo con un sistema di cinque elementi disposti nel modo indicato dalla fig. 14. E in proposito ci resta solo da osservare che in un unico caso la libertà di scelta del lato fisso del trapezio avrebbe grande importanza; nel caso, cioè, in cui il problema teorico si potesse risolvere supponendo infiniti i sopradetti rapporti arbitrarî, ossia quando, restando finiti i tre lati mobili del trapezio, si supponesse nulla la lunghezza di quello fisso. È evidente però che in tal caso il trapezio diventando un triangolo, sarebbe indeformabile; formerebbe con l' asta G F (fig. 14) un unico elemento girevole intorno a G allora coincidente con B, e il moto sarebbe trasmesso fra i due assi di sterzo A e B dal solo parallelogramma articolato A E F G, ossia senza essere trasformato.

Veniamo ora al primo dei sistemi di sopra cennati, a quello, cioè, rappresentato dalla fig. 13. Avuto riguardo alla circostanza che questo sistema é e deve essere simmetrico rispetto all'asse longitudinale $M M_1$ del veicolo, sarà facile riconoscere che i parametri, i quali vi sono disponibili per soddisfare più o meno esattamente alla condizione di sterzo corretto, sono *cinque*; prendiamo per essi : l'angolo $\widehat{F G D}$, l'angolo $\widehat{E O C}$ ed i tre lati A E, G F ed E F ai quali devono essere ordinatamente eguali i lati B C, G D e D C.

Ora è facile dimostrare che il sistema può dare certamente una soluzione rigorosa del problema, ma una soluzione puramente teorica ed irrealizzabile. Prendiamo infatti ang. $\widehat{FGD} = o$, talchè coincidino i lati G F e G D, e supponendo A E $= a$ maggiore di ogni lunghezza assegnabile poniamo:

$$\frac{EF}{a} = k \quad \text{e} \quad \frac{GF}{a} = k_1$$

essendo k e k_1 numeri finiti qualunque. Per tal modo i lati A E $=$ B C, E F $=$ D C ed i lati coincidenti G F e G D saranno infiniti, e, in loro confronto, la distanza finita A B fra gli assi di sterzo dovrà considerarsi un infinitesimo. Disegnando allora il sistema in una scala infinitamente piccola $\frac{r}{a}$ ove r denota una lunghezza finita qualunque, lo vedremo quale è rappresentato, in generale, nella fig. 15. Lo vedremo poi in una forma dipendente dalla scelta dell'angolo arbitrario $\widehat{EOC}$ e dei rapporti, pure arbitrari, k e k_1, ed i punti A e B, distinti nella fig. 13, formeranno un unico punto O nella fig. 15. Supponiamo ora che si prenda l'angolo $\widehat{EOC}$ eguale all' α_0 determinato dalla (2), e che si prenda $k = k_1 = cos. \frac{\alpha_0}{2}$; supponiamo, cioè, che il sistema infinitamente grande F C O E F G (fig. 15) sia informato con le norme date in addietro (v. n. 16) per la costruzione del biquadrilatero romboidale, e sarà senz' altro evidente che il sistema medesimo soddisferà rigorosamente alla condizione di sterzo corretto.

Teoricamente è dunque possibile soddisfare esattamente a questa condizione con un sistema di *cinque* elementi, ma tale sistema dovrebbe avere dimensioni infinite.

E qui si presenta la domanda: il sistema di cinque elementi può dare qualche altra soluzione del problema che essendo rigorosa possa essere realizzata e riuscire di qualche importanza pratica?

Per rispondere con sicurezza a tale quesito si dovrebbe trattare la questione analiticamente e in tutta generalità; ma così facendo si cadrebbe in un calcolo laboriosissimo, troppo complesso. Qualche studioso saprà trovare forse un artificio che semplifichi la ricerca, e dare per tal modo una risposta matematicamente certa alla domanda, senza mettere a troppo dura prova la propria pazienza di calcolatore. Per ora abbiamo solo dei forti motivi i quali rendono assai probabile che tale risposta sia la negativa.

Il Bourlet infatti dopo accurati e pazienti studî grafici sul predetto sistema, è rimasto nella convinzione che con esso non si arriverà mai a risolvere rigorosamente il problema, ma che solo si potrà combinare un meccanismo che alla condizione di sterzo corretto soddisfi con forte approssimazione ed entro limiti abbastanza estesi dell'angolo di sterzo, come appunto avviene per il doppio quadrilatero concavo del Lavenir [1]. È un fatto poi che dei diversi meccanismi derivanti da quel sistema che nel corso di oltre 15 anni vennero ideati ed applicati, nessuno risolve esattamente il problema, e solo lo risolvono con maggiore approssimazione del solito trapezio di Akerman-Jeantaud.

Ciò ha certamente un gran peso per far credere alla impossibilità di ottenere una soluzione rigorosa e pratica del problema con un sistema di cinque elementi. In ogni modo, dopo quanto abbiamo argomentato al n. 22, è certo che le ragioni le quali possono persuadere di quella impossibilità, hanno altrettanto valore per convincere che un sistema articolato il quale soddisfi in modo esatto e pratico alla condizione di sterzo corretto, non potrà avere meno di *sette* elementi, ed essere quindi più semplice di quelli combinati mediante il biquadrilatero romboidale e rappresentati dalle figure 9, 10 e 12.

(1) Bourlet, l. c.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 9 maggio 1904)

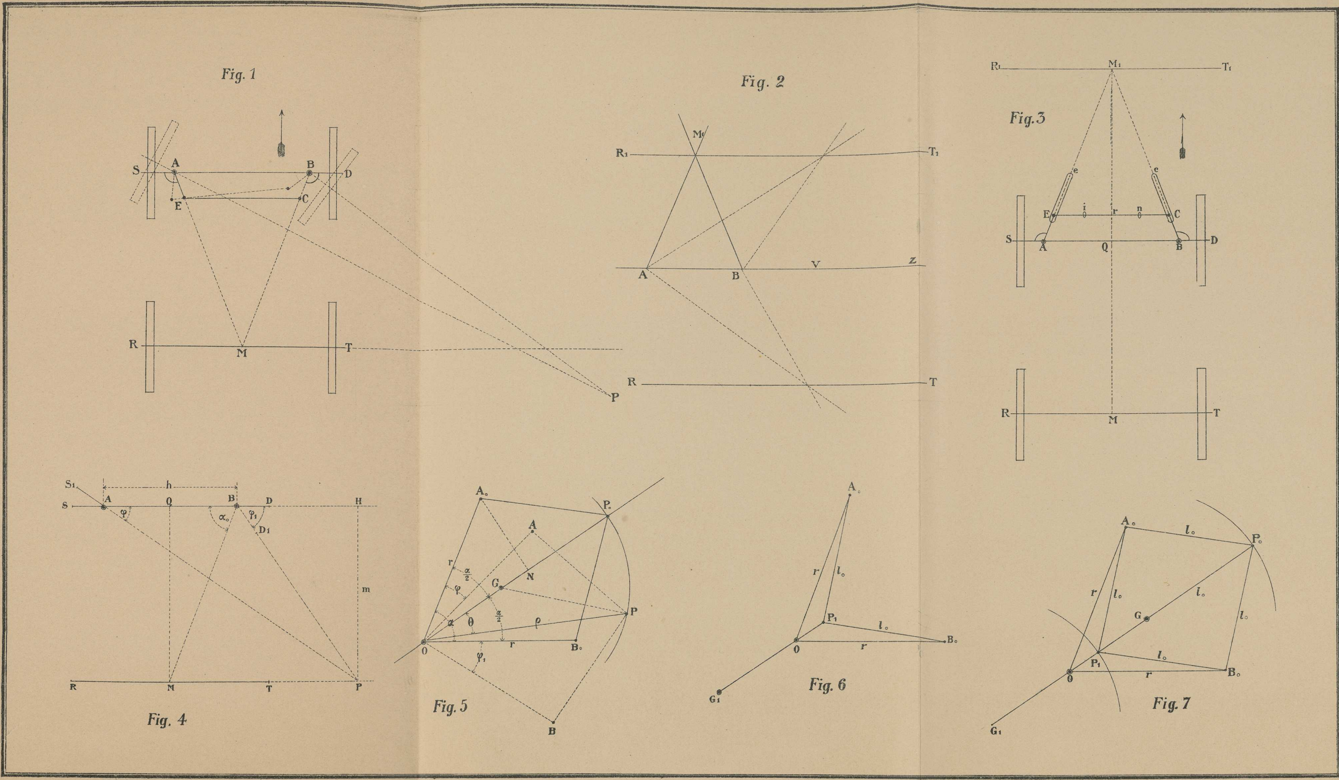
Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7

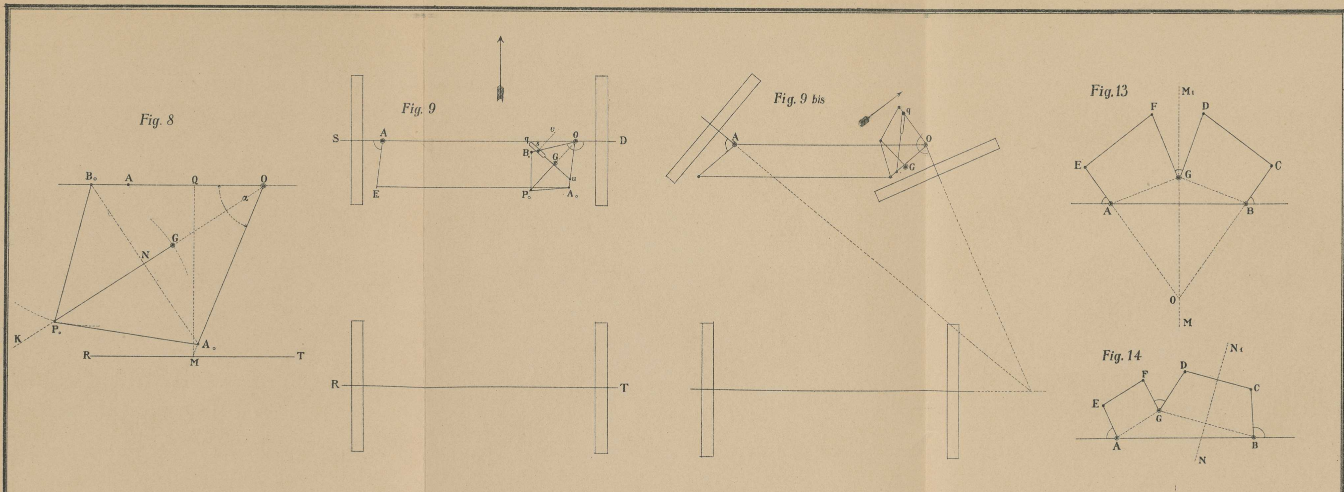
Fig. 8
Fig. 9
Fig. 9 bis
Fig. 10
Fig. 11
Fig. 12
Fig. 13
Fig. 14
Fig. 15